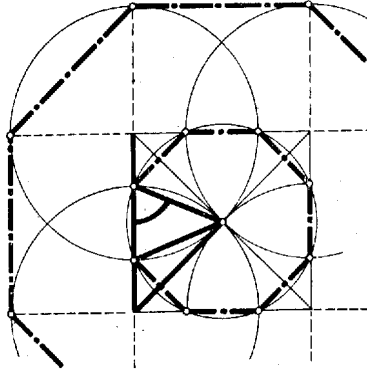


**I. megoldás.** A négyzet forgási és tükrözési szimmetriájából és a használt körök sugarának egyenlőségéből nyilvánvaló, hogy a 8 metszéspont egyenlő távolságra van a négyzet középpontjától, tehát a kérdéses nyolcszög köré kört lehet írni. Világos továbbá az is, hogy a nyolcszög oldalai közül a négyzet oldalain fekvő 4 oldal egymás között egyenlő, valamint a köztük fekvő további 4 is. Elég tehát azt belátnunk, hogy a nyolcszög két szomszédos oldala egyenlő, mert így a nyolcszög egyrészt egyenlő oldalú, másrészt körbe írható, tehát szabályos.



Kössük össze a középpontot a négyzet egy csúcsával és az innen kiinduló oldalak egyikén fekvő nyolcszögcsúcsokkal. A kapott 2 háromszög egyike a nyolcszög körülírt körének középponti háromszöge, tehát egyenlő szárú. A két háromszöget magába foglaló háromszög pedig szerkesztésnél fogva egyenlő szárú. E két egyenlő szárú háromszög hasonló, mert egy szögük közös és ez mindkettőben az alapon levő szög. Ezért a középponti háromszög szárjai között akkora szög van, mint a négyzet oldala és átlója között, vagyis  $45^\circ$ . Mivel pedig ábránk 4-es forgási szimmetriája miatt 2 szomszédos középponti háromszög középponti szögeinek összege  $90^\circ$ , azért mindegyik középponti szög  $45^\circ$ -os, a középponti háromszögek egybevágók, és a nyolcszög oldalai egyenlők.

*Kováts Rózsa* (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)

**II. megoldás.** Számítással mutatjuk meg, hogy a nyolcszög bármely két szomszédos oldala egyenlő. Legyen a négyzet oldala  $c$ , így átlójának fele  $c\sqrt{2}/2$ , tehát a négyzetoldalakból a felhasznált körökön kívül eső darab hossza  $d = c - c\sqrt{2}/2 = c(2 - \sqrt{2})/2$ . Ebből  $c = d(2 + \sqrt{2})$ , és így a négyzetoldalon fekvő nyolcszögoldal hossza  $c - 2d = d(2 + \sqrt{2} - 2) = d\sqrt{2}$ , ez pedig éppen az átlóval párhuzamos nyolcszögoldal hossza.

A nyolcszög szögei is egyenlők, mert mindegyik mellett  $45^\circ$ -os külső szög fekszik, a levágott egyenlő szárú derékszögű háromszögek egy-egy hegyes szöge. Ezek szerint a nyolcszög összes oldalai, valamint összes szögei egyenlők, tehát a nyolcszög szabályos.

*Fóthi Ákos* (Monor, József A. g. II. o. t.)

*Megjegyzés.* Hasonlóan lehet belátni, hogy a felhasznált 4 körnek az oldalak meghosszabbításán levő metszéspontjai ugyancsak egy szabályos nyolcszög csúcsai.