I. megoldás. A számláló tagjai úgy állíthatók párokba, hogy a párok kitevőinek különbségei egyenlők (1-et x^0 alakban írva): $8-5=7-4=3-0=3$. Eszerint – és az együtthatókra is, tekintettel – a számlálóból x^3-1 kiemelhető:

$$(x^8-x^5)+(x^7-x^4)+(x^3-1)=(x^3-1)(x^5+x^4+1).$$

A nevező pedig:

$$x^4(x^2-1)+(x-1)=(x-1)\left[x^4(x+1)+1\right]=(x-1)(x^5+x^4+1),$$

eszerint x^5+x^4+1 közös tényezőjük. Ismeretes továbbá, hogy $x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$, így $x-1$-gyel is egyszerűsítve az adott kifejezés x^2+x+1-gyel egyenlő, minden olyan x-re, amelyre az eredeti nevező nem 0.

Hallósy Katalin (Szeged, Radnóti M. g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. $x=1$ esetén $x-1=0$, és ezért az egyszerűsítésnek nincs értelme, de magának a kifejezésnek sincs, hiszen ekkor a számláló és a nevező mindegyike 0. Úgyszintén akkor sincs, ha $x^6+x^4+1=0$. Ilyen x van, éspedig -2 és -1 között, mert $x=-2$-re a bal oldal értéke $-15<0$, $x=-1$-re pedig $+1>0$.

Szaniszló Mária (Debrecen, Mechwart A. gépip. t. I. o. t.)

2. A nevezőből is kiemelhető x^3-1, ugyanis: $(x^6-1)-(x^4-x)=(x^3-1)(x^3+1-x)$. Így azonban a számlálóról csak bonyolultabb átcsoportosítás után látjuk, hogy osztható x^3-x+1-gyel, mert $x^5+x^4+1=(x^2+x+1)(x^3-x+1)$.

Doskar Balázs (Budapest, Piarista g. I. o. t.)

II. megoldás. Megpróbálhatjuk az egyszerűsítést avval megkönnyíteni, hogy a számlálót osztjuk a nevezővel, és majd csak a maradék és a nevező hányadosát egyszerűsítjük. Az osztás 0 maradékra és x^2+x+1 hányadosra vezet, tehát kifejezésünk ezzel az egyszerűbb kifejezéssel egyenlő.

Szilágyi Tibor (Ózd, József A. g. I. o. t.)