A K kifejezés sokféleképpen átalakítható. Bemutatunk néhányat.

I. megoldás. Ismert azonosságok felhasználásával, kiemeléssel, majd az $a+b$ tényező helyett mindjárt 1-et írva az adott K kifejezés értéke 1-nek adódik:

$$K=(a+b)(a^2-ab+b^2)+3ab(a^2+b^2)+6a^2b^2(a+b)=a^2-ab+b^2+$$
$$+3ab\left[(a+b)^2-2ab\right]+6a^2b^2=(a+b)^2-3ab+3ab(1-2ab)+6a^2b^2=1.$$

Dudás Margit (Szeged, Tömörkény I. lg. I. o. t.)

II. megoldás. K három részlete rendre 3-ad-, 4-ed-, ill. 5-ödfokú, de a feltevés alapján 3-adfokúvá alakítható. Ugyanis $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2=a+b$, ezért

$$K=(a^3+b^3)+3ab\left[a^2+b^2+2ab(a+b)\right]=(a^3+b^3)+3ab(a^2+b^2+$$
$$+2ab)=a^3+b^3+3ab(a+b)=(a+b)^3=1.$$

Böszörményi Katalin (Budapest, Szilágyi E. lg. I. o. t.)

III. megoldás. Az első részletet $1=a+b$-vel szorozva K-t 4-edfokúnak is írhatjuk, majd felismerhetjük $(a+b)^4$ kifejtésének tagjait:

$$K=(a+b)(a^3+b^3)+3a^3b+3ab^3+6a^2b^2(a+b)=a^4+b^4+4a^3b+4ab^3+$$
$$+6a^2b^2=(a+b)^4=1^4=1.$$

Csűrös Miklós (Nagykőrös, Arany J. g. II. o. t.)