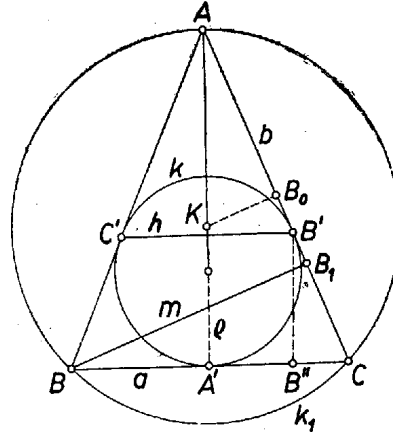


Legyen a keresett háromszög ABC – ahol $AB = AC$ –, a beírt kör érintési pontjai az oldalakon A', B', C' – tehát $A'B = A'C$, $B'C' \parallel BC$ és $B'C' = h$, végül a B -ből húzott magasság talppontja B_1 – tehát $BB_1 = m$.



– Az érintés folytán $CB' = CA' = CB/2$, ezért B' -nek BC -n levő vetületét B'' -vel jelölve a C -nél közös szöggel bíró CBB_1 és $CB'B''$ derékszögű háromszögek hasonlók. Ebből $B'B'' : BB_1 = B'C : BC = 1 : 1$, és így $B'B'' = m/2$, továbbá $A'B'' = h/2$. Eszerint a $BC = a$ egyenes és rajta az A' pont helyzetét megválasztva megszerkeszthetjük B'' -t, ebből B' -t, C' -t és a beírt k kört. Ennek B' -ben és C' -ben húzott érintői és az a egyenes határolta háromszög a keresett háromszög.

$B'C'$ és k tetszőleges m és h mellett megszerkeszthetők, az ABC háromszög azonban nyilván csak akkor felel meg, ha a -nak ugyanazon oldalán van, mint k , ez pedig akkor következik be, ha $B'C'$ messzebb van a -tól, mint k sugara, azaz ha $m/2 > \rho$. És mivel $h/2$ kisebb ρ -nál, azért a háromszög megfelel, ha $m > h$. Az ellenkező esetben a két érintő vagy párhuzamos, vagy k a keletkező háromszögnek külső érintő köre. Ha van, akkor 1 megoldás van.

BC -t a -val jelölve $CB'' = (a - h)/2$, és az említett hasonlóság alapján $CB_1 = a - h$. Így a BCB_1 háromszögre Pythagorász tételét alkalmazva

$$a^2 = m^2 + (a - h)^2, \quad \text{ahonnan} \quad a = \frac{m^2 + h^2}{2h}.$$

A BCB_1 , ACA' háromszögek hasonlóságából a szár, a tengely, majd a terület, a kerület és k -nak ρ sugara így számítható:

$$\begin{aligned} AC = b &= \frac{A'C}{B_1C} \cdot BC = \frac{a^2}{2a - 2h} = \frac{(m^2 + h^2)^2}{4h^2 \left(\frac{m^2 + h^2}{h} - 2h \right)} = \frac{(m^2 + h^2)^2}{4h(m^2 - h^2)}, \\ AA' &= \frac{A'C}{B_1C} BB_1 = \frac{am}{2a - 2h} = \frac{m(m^2 + h^2)}{2(m^2 - h^2)}, \\ t = \frac{1}{2}bm &= \frac{(m^2 + h^2)^2}{8h(m^2 - h^2)}, \quad 2s = a + 2b = \frac{m^2(m^2 + h^2)}{h(m^2 - h^2)}, \\ \rho &= \frac{t}{s} = \frac{m^2 + h^2}{4m}. \end{aligned}$$

Végül a k_1 körülírt kör középpontját K -val, az AC szár felezőpontját B_0 -lal jelölve a KAB_0 és CAA' derékszögű háromszögek hasonlóságából:

$$KA = r = \frac{AB_0}{AA'} \cdot AC = \frac{(m^2 + h^2)^3}{16mh^2(m^2 - h^2)}.$$