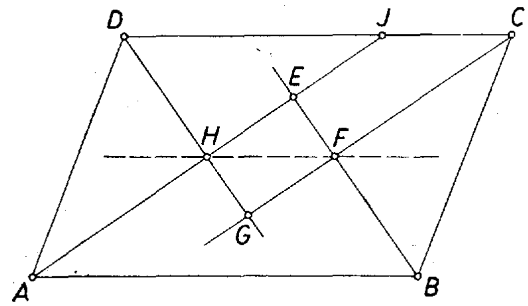
Ha az $ABCD$ paralelogramma A és B szögeinek felezői E-ben metszik egymást, akkor az ABE háromszög E-nél derékszögű, mert

$$EAB\sphericalangle + EBA\sphericalangle = \frac{1}{2}(DAB\sphericalangle + CBA\sphericalangle) = \frac{1}{2}\cdot 180^\circ = 90^\circ.$$

A további metszéspontokat F, G, H-val jelölve az $EFGH$ négyszögben hasonlóan minden szög derékszög. Ezt kellett bizonyítanunk.



Rombuszban (tehát négyzetben is) a szögeket éppen az átlók felezik, így az $EFGH$ téglalap elfajul a rombusz középpontjává.

Messe a BAD szög felezője a CD oldalt J-ben. Ekkor $AJD\sphericalangle = JAB\sphericalangle = JAD\sphericalangle$ (mert váltószögek, ill. feltevésnél fogva), ezért az AJD háromszög egyenlő szárú, az $ADJ \equiv ADC$ szög felezője H-ban felezi az AJ alapot, ezért H-egyenlő távol van az AB, CD oldalaktól. Ugyanígy F is az $ABCD$ négyszög AB-vel párhuzamos középvonalán van, tehát a HF átló párhuzamos AB-vel és $FHE\sphericalangle = BAJ\sphericalangle = BAD\sphericalangle/2$. Ha már most az $EFGH$ négyszög négyzet, akkor $FHE\sphericalangle = 45^\circ$, tehát $BAD\sphericalangle = 90^\circ$. Eszerint négyzet akkor keletkezik, ha egyenlőtlen oldalú derékszögű négyszögből, vagyis téglalapból indultunk ki.

Farkas Klára (Eger, Gárdonyi G. g. II. o. t.)

Megjegyzés. A legtöbb dolgozat azt igazolta, hogy téglalap szögfelezői négyzetet adnak. Ezen felül még lehetnének más ilyen paralelogrammák is!