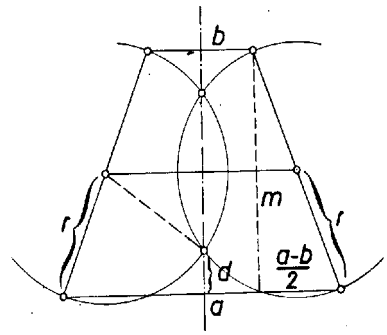
Mindegyik szár csak a föléje írt Thalész–kör pontjaiból látható derékszög alatt, ezért P gyanánt csak e két kör közös pontjai szerepelhetnek. Ha van közös pont, az a szimmetria miatt a trapéz tengelyén van, tehát a harmadik követelménynek is megfelel; ezért a szerkesztésnél és számításnál kereshetjük úgy is, mint a szimmetriatengely és az egyik Thalész–kör metszéspontját. Jelöljük a kör sugarát (a trapéz szárának felét) r-rel.



A két kör középpontját összekötő egyenes a két szár középpontját köti össze, vagyis a trapéz középvonala, így merőleges a szimmetriatengelyre és azt felezi.

Ha a két körnek csak egy közös pontja van, ez a szimmetriatengelyen is, a középpontokon átmenő egyenesen is rajta kell hogy legyen, tehát ezek metszéspontja, és így $m/2$ távolságra van a párhuzamos oldalaktól.

Ha két különböző pont felel meg a feltételnek, akkor ezek a centrálisra szimmetrikusan helyezkednek el, tehát egyik olyan messze van az egyik párhuzamos oldaltól, mint a másik a másiktól. Legyen az egyik pont távolsága a közelebbi párhuzamos oldaltól d. Ezt kiszámíthatjuk úgy, hogy $m/2$-ből elvesszük a két kör közös húrjának felét. Ez a fél húr befogója egy derékszögű háromszögnek, melynek átfogója r, másik befogója pedig a középvonal fele. Így a húr felének a hossza

$$\sqrt{r^2-\left(\frac{a+b}{4}\right)^2}.$$

A sugarat is egy derékszögű háromszögből határozhatjuk meg, amely úgy keletkezik, hogy a rövidebb párhuzamos oldal egyik végpontjából merőlegest bocsátunk a hosszabbra, ebben a háromszögben az átfogó hossza $2r$, a befogóké m és $(a-b)/2$, így

$$r=\frac{1}{2}\sqrt{m^2+\left(\frac{a-b}{2}\right)^2}.$$

A keresett távolság tehát:

$$d=\frac{m}{2}-\sqrt{\frac{m^2}{4}+\left(\frac{a-b}{4}\right)^2-\left(\frac{a+b}{4}\right)^2}=\frac{m}{2}-\sqrt{\frac{m^2-ab}{4}}.$$

A megoldás létezésének feltétele, hogy

$$m^2\geqq ab$$

legyen. Ha az egyenlőségjel érvényes, akkor éppen a $d=m/2$ értéket kapjuk, a képlet tehát akkor is helyes, ha csak egyetlen megoldás van.

Rejtő Lídia (Budapest, Berzsenyi D. lg. I. o. t.)