I. megoldás. A kérdésre választ adhatunk úgy, hogy a bal oldal két tagját párhuzamosan kiszámítjuk több és több tizedesre, amíg különböző tizedes jegyeket nem kapunk. Az egyes tagok négyzetgyökvonással és szorzással keletkeznek. A négyzetgyökvonás eredményét tizedestörtekben csak közelítőleg tudjuk megadni, és a szorzás a közelítés hibáját növelné, ezért célszerű először a 495 és 388 tényezőket bevinni a gyökjel alá. Így:

$$495\sqrt{2}=\sqrt{490\,050}=700{,}035\,713\,374\ldots$$
$$388\sqrt{3}=\sqrt{451\,632}=672{,}035\,713\,336\ldots$$

A különbség 28,000 000 03 ..., tehát a 28 egész után legfeljebb hét 0-t írhatunk.

Szigeti Ferenc (Kunszentmárton, József A. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Biztosra vettük, hogy a két gyökvonásban előbb-utóbb kapunk egymástól különböző jegyeket. Ez a sejtés helyes, előre láthatjuk, hogy kifejezésünk értéke nem pontosan 28. Ugyanis négyzete

$$2\cdot 495^2+3\cdot 388^2-2\cdot 495\cdot 388\sqrt{6},$$

irracionális szám, nem lehet egyenlő 28^2-nel, ami racionális szám.

II. megoldás. A bal oldalnak 28-tól való x eltérését négyzetgyökvonás nélkül, becsléssel határozzuk meg. Az

$$x=495\sqrt{2}-(388\sqrt{3}+28)$$

kifejezés számlálóját gyöktelenítjük (alája 1-es nevezőt írva) két lépésben:

$$x=\frac{495^2\cdot 2-(388\sqrt{3}+28)^2}{495\sqrt{2}+(388\sqrt{3}+28)}=\frac{2(18\ 817-10\ 864\sqrt{3})}{(495\sqrt{2}+(388\sqrt{3}+28)}=$$
$$=\frac{2(18\ 817^2-3\cdot 10\ 864^2)}{\left[495\sqrt{2}+(388\sqrt{3}+28)\right](18\ 817+10\ 864\sqrt{3})}.$$

Itt a számláló értéke 2. A nevezőben „nagy” összegek állnak. Mivel x-re megelégszünk 2 értékes jeggyel, azért a nevező tényezőiben elég 3–3 értékes jegyet megállapítanunk. Mindig alsó közelítő értéket véve x-re felső közelítő értéket kapunk. $\sqrt{2}\approx 1{,}41$ és $\sqrt{3}\approx 1{,}73$-dal az első zárójel értéke nagyobb $697+671+28=1396$-nál, a másodiké nagyobb $18\,817+18\,794=37\,611$-nél, így a nevező nagyobb $1390\cdot 37\,600$-nál, tehát több mint $522\cdot 10^6$, végül x kisebb $39/10^9$-nél. – Ha pedig a négyzetgyökökre felső közelítő értékeket veszünk, az x-re alsó közelítő értéket kapunk: $\sqrt{2}\approx 1{,}42$ és $\sqrt{3}\approx 1{,}74$-dal a nevező kisebb $1410\cdot 37\,800$-nál, még inkább $533\cdot 10^6$-nál, tehát x nagyobb $37/10^9$-nél. Így x első értékes jegye a 8-ik helyen áll és kisebb 5-nél, tehát hét 0-t írhatunk.

Tekulics Péter (Szeged, Radnóti M. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Az utóbbi megoldás fejlettebb, mert kevesebb gépies számolást végez, az előbbiben azt sem látjuk előre, meddig kell számolnunk. Azt mégis mutatja az I. megoldás, hogy a kérdés egészen egyszerű úton is megválaszolható.