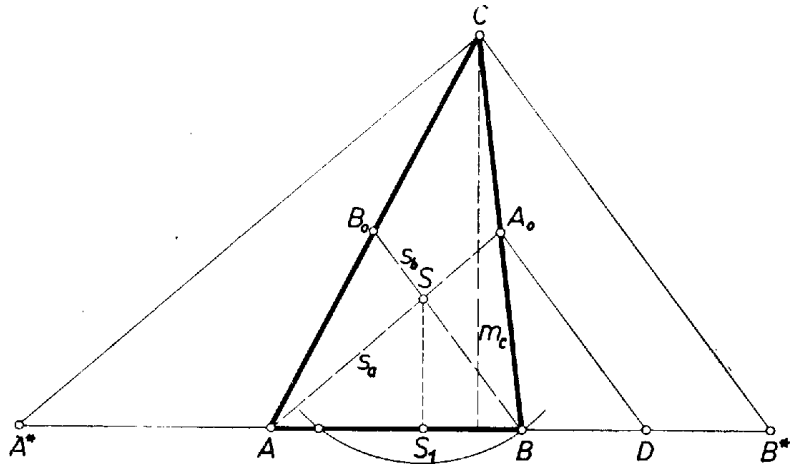
Legyenek az adatok rendre $AA_0 = s_a$, $BB_0 = s_b$, $CC_1 = m_c$, ahol A_0, B_0 a BC, ill. CA oldal felezőpontja, C_1 pedig C vetülete AB-re.



Feltehetjük, hogy $s_a \geq s_b$. A feladatot visszavezetjük az ABS háromszög megszerkesztésére, ahol S az ABC háromszög súlypontja. Az ABS háromszögben a súlypont ismert osztási aránya alapján $SA = 2s_a/3$ és $SB = 2s_b/3$ és S magassága AB fölött $m_c/3$. A szerkesztés menete: a c egyenes tetszés szerinti S_1 pontjában merőlegest állítunk és felmérjük $m_c/3$-at, a végpont S. S körül SA, majd SB sugárral kört írunk, ennek c-vel való egyik közös pontja A, ill. B. – Most már BS-nek S-en túli meghosszabbítására felmérjük BS felét, így kapjuk B_0-t, végül A-nak B_0-ra való tükörképe C.

Így $BB_0 = BS + SB_0 = 3BS/2 = s_b$; B_0 magassága c fölött 3/2-szer akkora, mint S-é, tehát $m_c/2$, C magassága pedig 2-szer akkora, mint B_0-é, tehát m_c; így a nyert ABC háromszögnek a BB_0 szakasz súlyvonala, és az S pont súlypontja. Ekkor pedig az AS egyenesnek a háromszögbe eső szakasza $3AS/2 = s_a$, tehát háromszögünk megfelel a feltételeknek.

Általában 2 megoldást kapunk. Ugyanis az A-ra adódó metszéspontok közül elég egyiket figyelembe vennünk, B-re azonban már mindkét metszéspontot fel kell használnunk (S_1-nek A-val egyező, ill. ellentétes oldalán). 2 megoldás van, ha $SA > SB > SS_1$, másképpen ha $2s_a > 2s_b > m_c$; 1 megoldás van, ha $2s_a = 2s_b > m_c$ (egyenlő szárú háromszög), és ha $2s_a > 2s_b = m_c$ (ekkor $BB_0 \perp AB$). Nincs megoldás, vagy csak elfajult háromszöget kapunk, ha $m_c \geq 2s_a \geq 2s_b$.

Bor Edit (Szeged, Ságvári E. gyak. g. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Visszavezethetjük a feladatot annak az A^*B^*C háromszögnek a megszerkesztésére is, amelyben A^*, B^* az AB egyenesnek az a pontja, amelyre $A^*A = AB = BB^*$. Ennek oldalai $CA^* = 2s_b$ és $CB^* = 2s_a$, és C-ből induló magassága m_c.

Harkányi Gábor (Budapest, Piarista g. I. o. t.)

2. Egy további visszavezetési lehetőség az, hogy azt az ADA_0 háromszöget szerkesztjük meg, amelynek D csúcsa AB-nek B-n túli meghosszabbításán van – és $BD = AB/2$. Ennek oldalai $A_0A = s_a$, $A_0D = s_b$ és A_0-ból húzott magassága $m_c/2$. Ez a háromszög 3 : 2, az 1. megjegyzésbeli háromszög pedig 3 : 1 arányú nagyítása a fenti ABS háromszögnek.

Rácz László (Budapest, Kossuth L. gépip. t. II. o. t.)

3. Új versenyzőink többsége nem vizsgálta meg a megoldhatóság feltételét és a megoldások számát. Ezt nem tekintettük hiánynak, mert eddigi tanulmányaikban ezekről a kérdésekről még nem hallottak. Ajánljuk azonban, hogy a továbbiakban a szerkesztési feladatok ezen szükséges részeire is legyenek tekintettel.