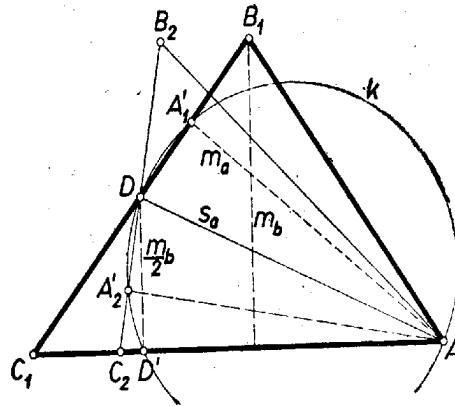


Képzeljük a feladatot megoldottnak, és legyen a  $BC$  oldal felezőpontja  $D$ ,  $A$  vetülete  $BC$ -n  $A'$ , továbbá  $D$  vetülete  $AC$ -re  $D'$ .



Ekkor  $A'$  és  $D'$  az  $AD = s_a$  átmérő fölötti  $k$  Thalész-körön vannak úgy, hogy  $AA' = m_a$ , és  $DD' = m_b/2$ . E kör megrajzolása és rajta  $A'$ ,  $D'$  kijelölése után a  $DA'$  és  $AD'$  egyenesek metszéspontja adja  $C$ -t, végül  $C$ -nek  $D$ -re való tükörképe  $B$ -t. Így ugyanis  $CB \equiv DA' \perp AA'$ , tehát  $m_a$  valóban magasság, a tükrözés folytán  $D$  felezi  $BC$ -t, és így  $DA$  súlyvonal, végül  $B$ -nek  $AC$ -től való távolsága  $DD' = m_b/2$ , kétszerese:  $m_b$ .

A szerkesztés végrehajtható, ha  $m_a \leq s_a$  és  $m_b/2 \leq s_a$ . Általában 2 megoldás van, ugyanis  $A'$  és  $D'$  eshetnek  $AD$  ugyanegy, vagy két oldalára. Más szóval:  $D'$  számára elég  $k$  és a  $D$  körül  $m_b/2$  sugárral írt kör egyik metszéspontját figyelembe venni – ezzel megválasztva, hogy  $D'$  az  $AD$ -nek melyik partján legyen –,  $A'$  számára azonban az  $A$  körül  $m_a$  sugárral írt körnek  $k$ -n való két metszéspontja már különböző megoldásokra vezet.

Ha  $m_a = s_a$  és  $m_b < 2s_a$ , akkor  $A' \equiv D$ , és  $DA'$  gyanánt a  $k$ -hoz  $D$ -ben húzott érintő veendő, ilyenkor a második megoldás elmarad, a kapott háromszög egyenlő szárú. Hasonlóan  $m_b/2 = s_a$  és  $m_a < s_a$  esetén  $D' \equiv A$  és  $AD'$  gyanánt  $k$ -nak  $A$ -beli érintője veendő, és lényegében 1 megoldás van, mert a két érintő párhuzamos,  $C$  nem jön létre. Végül  $m_a = s_a$  és  $m_b/2 = s_a$  egyidejű fennállása esetén nincs megoldás, mert a két érintő párhuzamos,  $C$  nem jön létre. Végül  $m_a = m_b/2 < s_a$  esetén csak 1 megoldás van, mert az egyik esetben  $AD'$  és  $DA'$  párhuzamosak. –  $D'$  és  $A'$  egybeesése természetesen nem akadály a megoldásnak.

Meskó László (Tatabánya, Árpád g. II. o. t.)

*Megjegyzések.* 1. A versenyzők nagyobb része lényegében ugyanígy végezte a szerkesztést, csupán abból az  $ABA_1C$  paralelogrammából indult ki, melynek harmadik csúcsa  $A$ -nak  $D$ -re való tükörképe; így a fenti megoldás utolsó tükrözése elmarad,  $B$ -t az  $A_1$ -en át  $AD'$ -vel párhuzamos egyenes metszi ki  $DA'$ -ből, ennek megszerkesztése jelent többletet a fenti megoldáshoz képest.

2. Az sem lényegesen különböző megoldás a fentitől, ha először az  $ADA'$  derékszögű háromszöget szerkesztjük meg, majd  $C$ -t a  $D$  körül  $m_b/2$  sugárral írt körhöz  $A$ -ból húzott érintővel metsszük ki  $A'D$ -ből. Ugyanis az érintőszerkesztésben szereplő Thalész-kör már az  $ADA'$  háromszög szerkesztésében is felhasználható.