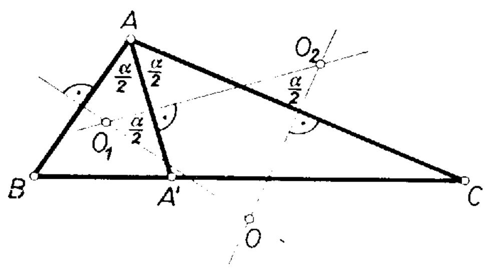
I. megoldás: Mivel egy háromszög köré írt kör középpontja rajta van az oldalak felező merőlegesén, azért OO_1 az AB szakasz, O_1O_2 pedig az AA' szakasz felező merőlegese (1. ábra).



1. ábra

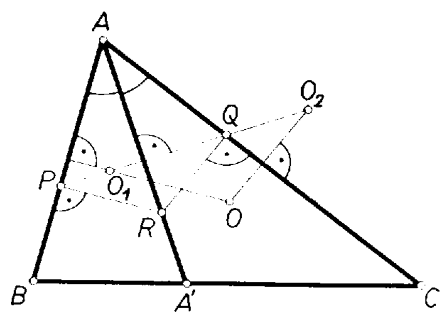
Ezért OO_1O_2 és $BAA' = \alpha/2$ merőleges szárú szögek, tehát az OO_1O_2 szög nagysága vagy $\alpha/2$, vagy $180° - \alpha/2$. Hasonlóan ugyanezt az eredményt kapjuk az OO_2O_1 szögre. Nem lehet azonban, hogy OO_1O_2 és OO_2O_1 bármelyike $180° - \alpha/2$ legyen, mert különben az OO_1O_2 háromszög szögeinek összege nagyobb volna $180°$-nál. Ezért mindkettő $\alpha/2$-vel egyenlő, tehát az OO_1O_2 háromszög egyenlő szárú.

A háromszög akkor és csak akkor egyenlő oldalú, ha az alapon levő szögek $60°$-osak, vagyis esetünkben ha $\alpha/2 = 60°$, $\alpha = 120°$.

Bellay Katalin (Budapest, IV. ker. Bajza u. ált. isk. VIII. o. t.)

Megjegyzés. A bizonyításban nem használtuk ki lényegesen, hogy AA' a ***belső*** szögfelező; az állítás akkor is helyes, ha AA' a ***külső*** szögfelező. Ekkor azonban $\alpha/2$ helyére $90° - \alpha/2$ lép.

II. megoldás: Az O_1O_2 egyenes az AA' szakasznak felező merőlegese, ezért AB és AC mindegyikét metszi, legyenek ezek a pontok P és Q (2. ábra).



2. ábra

Nyilvánvaló, hogy $AP = AQ$. Legyen a P-ben AB-re, Q-ban AC-re emelt merőlegesek metszéspontja R. – A PQR háromszög hasonló helyzetű O_1O_2O-val, mert 2 pár oldaluk párhuzamos, ugyanis $OO_1 \perp AB$ és $OO_2 \perp AC$, harmadik oldalaik pedig ugyanazon egyenesen vannak. – A PQR háromszög pedig egyenlő szárú: $RP = RQ$, mert az APR és AQR derékszögű háromszögek egybevágók, hiszen egy–egy oldaluk és a rajta fekvő szögek egyenlők.

Kohut József (Budapest, Apáczai Csere J. gyak g. I. o. t.)