

Az átló hossza éppen azoknak a távolságoknak a legnagyobbika, amelyek egy téglalap két pontja között felléphetnek. Ezért az adott háromszög a feltételeknek megfelelően csak olyan $ABCD$ téglalapban helyezhető el, amelynek AC átlója egyenlő háromszögünk leghosszabb oldalával, $\sqrt{377}$ -tel. Így elsősorban azt kell megmutatnunk, hogy 377 felírható két egész szám négyzetének összegeként. A nagyobb összeadandóként elég $14, 15, \dots, 19$ négyzetével próbálkoznunk, mert 13^2 még kisebb, és 14^2 már nagyobb 377 felénél, másrészt 19^2 még kisebb, de 20^2 már nagyobb 377 -nél. Közülük csak két próba eredményes:

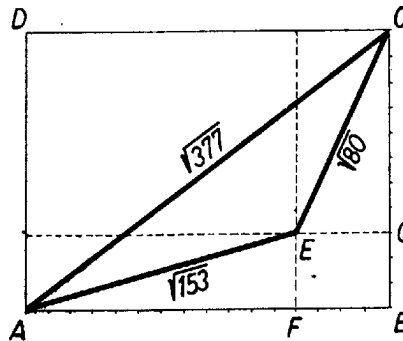
$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 377 = 16^2 + 11^2, \\ \text{(II)} \quad & 377 = 19^2 + 4^2, \end{aligned}$$

eszerint a téglalap oldalait csak a $16, 11$ és a $19, 4$ számpárok adhatják.

A harmadik E csúcson át a téglalap oldalaival húzott párhuzamosoknak a téglalapot négy, egész oldalakkal bíró téglalpra kell osztaniuk és ezek közül két nem szomszédosban az átlónak $AE = \sqrt{153}$, ill. $CE = \sqrt{80}$ -nak kell lennie. Így még azt kell megmutatnunk, hogy 153 és 80 is egy-egy (pozitív) egész számpár négyzetösszegeként írható, továbbá hogy e párok egyik-egyik tagja a téglalap hosszát adja összegül, a másik tagok pedig a szélességét. A fentihez hasonlóan mindkét számra egyetlen felbontás adódik:

$$153 = 12^2 + 3^2, \quad 80 = 8^2 + 4^2.$$

A $12 + 8 = 20$ összeg nagyobb lenne az átlónál, ezért csak a $12 + 4 = 16$, $3 + 8 = 11$ párosítás jöhet szóba. Ez megfelel a fenti (I)-nek. Ezzel a kívánt elhelyezés lehetséges voltát bebizonyítottuk. A szimmetriáktól eltekintve egyetlen megfelelő elhelyezés lehetséges.



A fenti jelölésekkel E a téglalap ABC háromszögében van. E -nek AB -re és BC -re való vetületét F, G -vel jelölve az ACE háromszöget $ABCD$ -ből az ACD , AEF , és CEG derékszögű háromszögek, valamint a $BFEG$ téglalap elvételével kapjuk. $ABCD$ és a kivonandó területek mértékszáma egész szám, mert mindegyik háromszög egyik befogója páros, ezért ACE területének mértékszáma valóban egész. Szám szerint $t = 42$ egység.

Patthy László (Sopron, Berzsenyi D. g. II. o. t.)