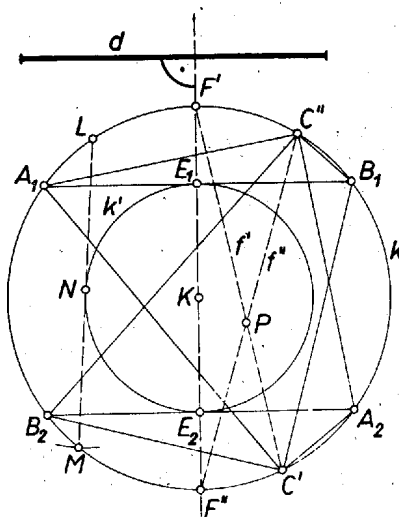


A keresett háromszög AB oldala k -nak d hosszúságú húrja lesz. Mármost ismeretes,¹ hogy adott k körből adott d hosszúságú húrokat kimetsző egyenesek összessége (mértnai helye) azonos egy k -val koncentrikus k' kör összes érintőivel – hacsak d kisebb k -nak $2r$ átmérőjénél. Egyelőre csak ezt az esetet vizsgáljuk. Eszerint ilyenkor AB megfelelő helyzetét k' -nek d -vel párhuzamos érintői metszik ki k -ból.

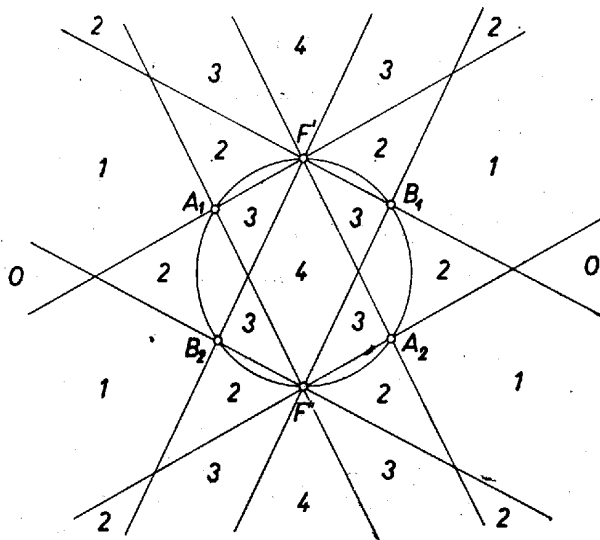
Másrészt adott körben egyenlő kerületi szögek szárai között egyenlő ívek vannak, így a $PC = f$ egyenes által megfeleztett $ACB = \gamma$ szög két egyenlő részének szárai között is. És mivel γ szárai között k -nak egyik AB íve van, azért f -nek át kell mennie az illető AB ív F felezőpontján. Így f csak az F -et P -vel összekötő egyenes lehet.

Ezek alapján a szerkesztés a következő: k' egy pontját megkapjuk, ha k -ban megszerkesztünk egy tetszés szerinti $LM = d$ hosszúságú húrt és e húr N felezőpontját; ebből k' sugara KN , ahol K a k középpontja. Ezután megszerkesztjük K -n át a d irányára merőleges egyenest, messe ez k' -t E -ben, k -t F -ben. k' -nek E -beli érintője kimetszi k -ból A, B -t, a PF egyenes pedig ugyancsak k -ból C -t. Mind E -re, mind F -re két pontot kapunk, így ugyanez áll az A, B pontpárra és C -re, ezért a megoldások száma legfeljebb $2 \cdot 2 = 4$. (Az 1. ábra helyzetében 4 megoldás van: $A_1B_1C', A_1B_1C'', A_2B_2C', A_2B_2C''$.)



1. ábra

Az ABC háromszög csak akkor felel meg, ha a PF egyenes az AB szakaszt annak belső pontjában metszi, más szóval: ha P vagy annak az AFB szögtartományának a belsejében van, mint K , vagy ennek csúcsszögtartománya belsejében. A megoldások száma már akkor is kisebbnek adódik, ha a kapott F, A, B pontokkal meghatározott FA, FB egyenesek közül egy vagy több átmegy P -n. (A 2. ábra – egy az áttekinthetőség érdekében fel nem tüntetett d mellett azt mutatja, hogy a 4–4 FA, FB egyenes által szétdarabolt sík egyes részeinek belsejében fekvő P esetén mennyi a megoldások száma. A 8 egyenes kettésével párhuzamos, továbbá az F -eken 4–4 egyenes megy át, így a síkrészek száma 27.)



2. ábra

¹Lásd pl. Vigassy Lajos: Egyenesek mértnai helye, 2. példa. K. M. L. 20 (1960) 82. o.

Ha $d = 2r$, akkor AB egyetlen lehetséges helyzete k -nak d -vel párhuzamos átmérője, ezért a megoldások száma legfeljebb 2. Végül $d > 2r$ esetén nincs megoldás.

Pór András (Budapest, Corvin Mátyás g. II. o. t.)