

**I. megoldás:** Vegyük észre, hogy egyik egyenletben sincs az ismeretleneket nem tartalmazó tag. Ebből következik, hogy az  $x = y = 0$  értékpár megoldása a rendszernek. Viszont olyan megoldás nincs, amelyben csak az egyik ismeretlen értéke 0, – ugyanis az  $x = 0$ ,  $y \neq 0$  feltevés a két egyenletből az egymástól különböző  $y = 1/6$ , ill  $y = -99$  értékekre vezet, és hasonlóan az  $x \neq 0$ ,  $y = 0$  feltevés  $x = 1$  és  $x = 16,5$ -re –, ennélfogva a továbbiakban feltehetjük, hogy  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ .

A szokásos kiküszöbölés helyett küszöböljük ki a rendszerből az elsőfokú tagokat; evégett a bal oldalakon való beszorzás után:

$$(1) \quad \begin{aligned} x^2 + 5xy + 6y^2 &= x + y \\ 6x^2 + 5xy + y^2 &= -99(x + y) \end{aligned}$$

adjuk hozzá az első egyenlet 99-szeresét a másodikhoz:

$$105x^2 + 500xy + 595y^2 = 0.$$

Ebből a homogén egyenletből  $5y^2$ -nel való osztás útján a két ismeretlen  $x/y = z$  hányadosára kapunk egyenletet:

$$21z^2 + 100z + 119 = 0, \quad \text{ahonnan} \quad z = \begin{cases} -7/3 \\ -17/7. \end{cases}$$

Mármost  $x = zy = -7y/3$ -mal bármelyik egyenletből  $y = 6$ , és így  $x = -14$ , – továbbá hasonlóan  $x = -17y/7$ -tel  $y = 35/6$ , és így  $x = -85/6$ .

Ezek szerint az egyenletnek 3 megoldása van:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0, & x_2 &= -14, & x_3 &= -85/6, \\ y_1 &= 0, & y_2 &= 6, & y_3 &= 35/6. \end{aligned}$$

*Zalán Péter (Aszód, Petőfi S. g. II. o. t.)*

**II. megoldás:** Felhasználjuk azt, hogy az (1) alatti második egyenletben az  $xy$ -os tag együtthatója ugyanaz, mint az elsőben,  $x^2$  és  $y^2$  együtthatói pedig felcserélődnek. Így kivonással az  $xy$ -os tagok kiesnek és a bal oldalt szorzattá alakíthatjuk:

$$-5x^2 + 5y^2 = 5(y - x)(x + y) = 100(x + y),$$

innen pedig egyszerűsítéssel és 0-ra redukálással

$$(x + y)(y - x - 20) = 0,$$

és eszerint vagy

$$(2) \quad x + y = 0, \quad \text{vagy}$$

$$(3) \quad y - x - 20 = 0.$$

A (2)-ből adódó  $y = -x$ -et bármelyik egyenletbe helyettesítve  $x_1 = 0$ , és így  $y_1 = 0$ .

$$(3)\text{-ből pedig } y = x + 20, \quad \text{így } 6x^2 + 169x + 1190 = 0$$

és  $x_2 = -14$ ,  $x_3 = -85/6$ , amivel ismét a fenti eredményekre jutunk.

*Pellionisz András (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)*