Kifejtéssel és összevonással kifejezésünk így alakul:

$$10a^2+40ad+50d^2. \tag{1a}$$

Próbáljuk meg ezt

$$(xa+yd)^2+(za+ud)^2\equiv\big(x^2+z^2\big)a^2+2(xy+zu)ad+\big(y^2+u^2\big)d^2 \tag{2}$$

alakban előállítani, ahol x, y, z, u egész számok, ezeket kell úgy meghatároznunk, hogy a^2, ad és d^2 együtthatói megegyezzenek (1a) megfelelő együtthatóival:

$$x^2+z^2=10, \tag{3}$$

$$2(xy+zu)=40, \tag{4}$$

$$y^2+u^2=50. \tag{5}$$

Könnyű belátni, hogy (3)-at csak azok az egész számpárok elégítik ki, amelyekre

$$|x|=3,\quad |z|=1\quad \text{és}\quad |x|=1,\quad |z|=3.$$

Azonban tekintettel a (2) bal oldalán álló kifejezések szimmetriájára és négyzet jellegére, az általánosság csorbítása nélkül előírhatjuk, hogy x és z pozitívok legyenek, továbbá teljesüljön $x\geq z$. Így feladatunk arra egyszerűsödött, hogy $x=3$ és $z=1$ mellé kell keresnünk a (4) és (5)-öt kiegészítő egész y, u számpárokat.

(4)-ből következik, hogy y és u nem lehet egyidejűleg negatív, továbbá, hogy ha y negatív, akkor abszolút értéke kisebb, mint u. Könnyen belátható most már, hogy (5) számbajövő összes megoldásai:

$$\begin{array}{lrrrrrr} y=7, & 7 & 5, & 5, & 1, & 1, & -1,\\ u=1, & -1, & 5, & -5, & 7, & -7, & 7. \end{array}$$

Ezekkel (4) bal oldala rendre az alábbi értékeket veszi fel:

$$44,\,40,\,40,\,20,\,20,\,-8,\,8.$$

Eszerint (2)-nek lényegében két különböző megoldása van:

$$\begin{array}{ccccc} \text{I.} & x=3, & y=7, & z=1, & u=-1,\\ \text{II.} & x=3, & y=5, & z=1, & u=5, \end{array}$$

és (1)-nek két a kívánt alakú,két tagú négyzetösszeg előállítását kaptuk:

$$a^2+2(a+d)^2+3(a+2d)^2+4(a+3d)^2=\begin{cases}(3a+7d)^2+(a-d)^2,\\(3a+5d)^2+(a+5d)^2.\end{cases}$$

Németh István (Budapest. Bolyai J. Gimn. II. o. t.)