a) A $BGJD$ trapéz középvonala HC, és az $AFHC$ trapéz középvonala GB, tehát

$$4HC = 2GB + 2JD, \qquad 2GB = FA + HC.$$

Ezek összeadásából rendezéssel

$$3HC = FA + 2JD, \tag{1}$$

és innen $JD = y_1$ figyelembevételével és osztással az állítást kapjuk.

b) A 627. gyakorlatban láttuk és felhasználtuk, hogy $w = 2z$, másképpen $w - 2z = 0$, továbbá $s' = t - 8 = -2s$-ből $2s + t - 8 = 0$. Hasonlóan $r = x - 2$, vagy $x - r - 2 = 0$, továbbá $y + q - 6 = 0$.

c) Az X-, Z-, T-skálák egységei egyenlők és irányításuk egyező. Ezért (1)-ből $HC = z$, $FA = x$ és $JD = t - 3$ alapján az X-, Z-, T-skálahármas a

$$3z - x - 2t + 6 = 0$$

egyenletet kielégítő x, z, t számhármasok leolvasását teszi lehetővé, bármelyik kettőnek az értékét megválasztva a megfelelő egyenes a harmadik skálán kimetszi a megfelelő számot. – Pl. $x = 1$ és $z = 5$-höz $t = 10$; $t = 5{,}5$ és $z = 3{,}25$-höz $x = 4{,}75$.

A V-, Z-, T-skálákon $2HC - GB - JD = 0$. Figyelembe kell azonban vennünk, hogy ez az összefüggés a szakaszok mértékszámai között csak akkor áll fenn, ha mindegyik szakaszt ugyanazon mértékegységben mérjük. Ehhez célszerű Z és T közös egységét venni, ekkor $GB = v/4$, és így a keresett összefüggés a következő alakra hozható:

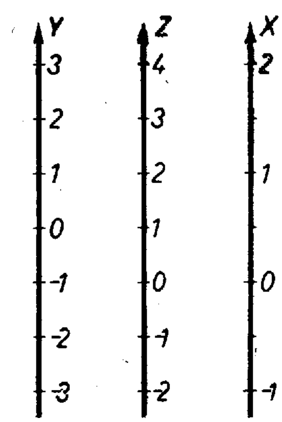
$$8z - 4t - v + 12 = 0,$$

Pl. $v = -10$ és $z = 2$-höz $t = 9{,}5$; $t = 2{,}5$ és $v = 4$-hez $z = 0{,}25$.

d) Az ábrázolandó $z = x + (y+1)/2$ összefüggés abban tér el a 627. gyakorlat 2. vizsgálatában szereplő $w = x + y$-tól, hogy y helyén

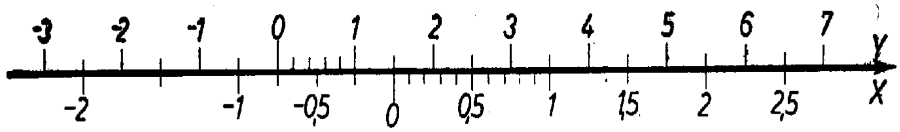
$$\frac{y'}{2} + \frac{1}{2} \tag{2}$$

és w helyén z áll (félreértések elkerülésére az „új y" helyett egyelőre y'-t írtunk). Eszerint az ábra X-, W-skáláit változatlanul átvehetjük X és Z-nek (az utóbbin fele akkora az egység). A korábbi X-skála helyett készítendő skálát két lépésben határozzuk meg: először olyan átmeneti P-skálát teszünk Y tartóegyenesére, amelyen az átmeneti p változóval álljon $y = p/2$. Így $p = 2y$, tehát a P-skálát 2-vel való szorzással kapjuk Y-ból – ahogyan W állt elő Z-ből –, más szóval: P egysége fele az Y egységének. Ezután P-re olyan Y' skálát teszünk, amelyen $p/2 = y'/2 + 1/2$, vagyis $y' = p - 1$. Tehát Y'-t úgy kapjuk, hogy P számait 1-gyel csökkentjük, más szóval a skálát a pozitív irányban 1 egységgel eltoljuk. (Végül y' helyett y-t írunk és a tartó korábbi skáláit töröljük; 1. ábra.)



1. ábra

Eljárásunkat gépiesen így is kimondhatjuk: Az Y' skálára az $y' = 0$ osztáspontot (2) alapján az Y skála $y = 0{,}5$ számával szembe írjuk fel, $y' = 1$-et pedig ugyanígy $y = 1$-gyel szembe. Ezzel megkapjuk Y' egy egységét – amely $1 - 0{,}5 = 0{,}5$ korábbi egységgel egyenlő – továbbá Y' irányát is, és ebből az Y' skála kifejleszthető.



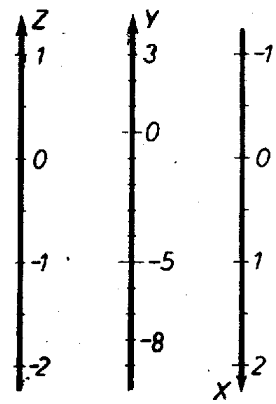
2. ábra

Ugyanígy az $y = 2x + 1{,}5$ skálapárban $y = 0$ és $y = 1$ az $x = -0{,}75$, ill. $x = -0{,}25$ számokkal kerül szembe (2. ábra).

Gönczy József (Debrecen, Református kollégium g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. Ha valamely háromváltozós összefüggéshez lehet párhuzamos tartókon fekvő pontsoros nomogramot szerkeszteni, akkor ez többféleképpen is lehetséges. A vizsgált összefüggéshez bemutatunk két további megoldást.

α) A $z = x + (y+1)/2$ összefüggés így is írható: $y + 1 = 2(z - x)$. Ez a 627. gyakorlat $v = 2(z + x)$ összefüggésétől egyrészt x előjelében, másrészt a bal oldali $+1$ állandó tagban tér el. Ezek alapján hozzá egyrészt az ottani X-skála irányításának ellentétesre fordításával, másrészt a V-skálának 1 egységgel való eltolásával (ezen skála egységében értve) kaphatunk nomogramot (3. ábra).

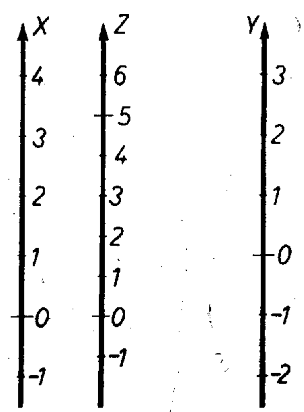


3. ábra

β) Hasonlítsuk össze x, y, z helyén x', y', z'-vel felírt kifejezésünket a feladat első összefüggésével:

$$2z' = (y' + 1) + 2x', \qquad 3z = x + 2y_1.$$

Eszerint megfelelő nomogramot kapunk, ha a fenti X-skála helyén $x = y{+}1$-hez, Y_1, azaz T helyén $y_1 = x'$-hez készítünk skálát, végül a Z'-skálát Z helyén készítjük, ugyanazon kezdőponttal és irányítással, de az egységet a korábbinak 2/3 részére választva (4. ábra).



4. ábra

Sebestyén Zoltán (Celldömölk, Berzsenyi D. g. II. o. t.)

2. Nem került itt szóba a nomogram szerkesztésnek az a további kérdése, hogy a véges nagyságú papírlapon a skáláknak az éppen szükséges szakaszai legyenek rajta. Ez a szempont az, ami miatt célszerű ugyanazon kapcsolathoz minél több nomogramot ismerni és az éppen megfelelőt kiválasztani.