

Legyen Bözsi pénze x , Rózsié y Ft, az első sál ára s Ft, a mozira elegendőnek látszott pénzmaradvány m Ft és a vásárlás után a két lány megmaradt pénze összesen (a villamosra jutott maradvány) v Ft. Így a 2-ik sál ára $0,8s$ Ft, a fehér sálé $0,8s - 4$ Ft, a kicsié $0,6s - 3$ Ft – ilyet vett Rózsi –, végül a Bözsi által vásárolt sál ára $0,6s + 3$ Ft.

A különböző árak és a leányok pénze közti kapcsolatokat többnyire egyenlőtlenségekkel fejezhetjük ki. Rózsi pénze 50 Ft-tal kiegészítve többet tesz ki s -nél, 40 Ft kölcsönrel viszont még nem éri el azt:

$$(1) \quad y + 40 < s < y + 50.$$

Hasonlóan Bözsinek az első sálra tett kijelentéseiből:

$$(2) \quad x + 30 < s \leq x + 40 - m.$$

(Egyenlőség is állhat, ha a sál és a mozijegy ára együtt éppen annyi, mint Bözsi pénze és a kért kölcsön.) Eszerint Bözsi 10 Ft-nál olcsóbb mozijegyre gondolt: $m < 10$.

Bözsi 20 Ft, Rózsi pedig 30 Ft kölcsönrel meg tudná venni a második sálat – és nem említették, marad-e pénzüik, tehát

$$(3) \quad 0,8s \leq x + 20,$$

$$(4) \quad 0,8s \leq y + 30.$$

A fehér sál alapján pontos egyenlőséget kapunk:

$$(5) \quad 0,8s - 4 = y + 20.$$

Rózsi még a kicsi sálat is csak kölcsönrel tudná megvenni, de a szükséges kiegészítés kevesebb, mint 10 Ft:

$$(6) \quad y < 0,6s - 3 < y + 10.$$

Bözsi viszont ezt már a maga pénzéből is ki tudja fizetni, de ha 10 Ft-ot kölcsönözne Rózsinak, akkor ő sem vehetné meg:

$$(7) \quad x - 10 < 0,6s - 3 < x.$$

Végül kettejük pénzének és a két megvett sál $(0,6s - 3) + (0,6s + 3) = 1,2s$ árának különbsége v , vagyis

$$(8) \quad x + y - 1,2s = v.$$

Most már (5), majd (8) alapján mindenütt kiküszöbölhetjük x -et és y -t:

$$(5a) \quad y = 0,8s - 24,$$

$$(9) \quad x = 0,4s + 24 + v.$$

Az (5a) kifejezés feleslegessé teszi (4)-et. Másrészt (1)-ből

$$0,8s + 16 < s < 0,8s + 26.$$

és így mindenütt $0,8s$ -et levonva, majd a pozitív $0,2$ -del való osztással (az egyenlőtlenségek iránya változatlan marad):

$$(10) \quad 16 < 0,2s < 26, \quad \text{azaz} \quad 80 < s < 130.$$

Ugyanígy (6)-ból

$$0,8s - 24 < 0,6s - 3 < 0,8s - 14,$$

és mindenütt $0,8s - 3$ -at levonva, majd a negatív $-0,2$ -del osztva (amikor az egyenlőtlenségek iránya ellentétesre fordul):

$$(11) \quad -21 < -0,2s < -11, \quad \text{azaz} \quad 105 > s > 55.$$

(9) alapján (2)-ből:

$$(12) \quad 0,4s + 54 + v < s \leq 0,4s + 64 + v - m.$$

v -ről semmi további adatunk, kapcsolatunk nincs, ezért ezt csak az értékére vonatkozó feltevéssel küszöbölhetjük ki. A villamosjegy árát 70 fillérnek véve $0,70 \leq v \leq 1,40$, így (12) bal oldalának értéke legalább $0,4s + 54,70$, és a jobb oldal értéke legfeljebb $0,4s + 65,39 - m$. Az m -et is csak így küszöbölhetjük ki. Mivel m szorzója negatív, és ez a

tag a nagyobb oldalon áll, azért alsó becslést kell alkalmaznunk, így ugyanis a nagyobb oldalt legkevésbé csökkentjük. Feltesszük, hogy a mozijegy ára legalább 2 Ft, azaz $m \geq 2$. Ezekkel (12) így alakul

$$0,4s + 54,70 < s \leq 0,4s + 63,39,$$

és innen a már látott lépésekkel

$$(13) \quad 91,16 < s \leq 105,65.$$

(7)-ből ugyancsak (9) alapján, hasonlóan

$$(14) \quad 0,4s + 14,70 \leq 0,4s + 14 + v < 0,6s - 3 < 0,4s + 24 + v < 0,4s + 25,40 \\ 88,50 < s < 142.$$

Végül (3)-ból (9) alapján

$$(15) \quad s \leq 113,50.$$

Az eddigiekben s -re (10), (11), (13) és (14)-ben alulról és felülről kaptunk korlátozást, továbbá (15)-ben felülől. Az alsó korlátok legnagyobbika a (13)-beli 91, 16, a felső korlátok legkisebbike pedig a (11)-beli 105, de az utóbbival s nem lehet egyenlő. Mivel még s -nek 20%-a, 5-ödrésze az eladó szerint pontosan fizethető érték, vagyis s a 0,05-nak egész számú többszöröse, azért (1)–(4), (6), (7), (10), (11), (13)–(15) mindegyike akkor és csak akkor teljesül ha

$$91,20 \leq s \leq 104,95.$$

Ebből (5a) alapján Rózsi pénzére: 0,8-del való szorzás, majd 24 levonása útján adódik:

$$72,96 \leq 0,8s \leq 83,96 \quad \text{és} \quad 48,96 \leq y \leq 59,96.$$

Hasonlóan (9) alapján Bözsi pénzére

$$61,18 \leq x \leq 67,37.$$

(Tekintetbe vettük, hogy s legkisebb értékét $v = 0,70$ -dal, legnagyobb értékét $v = 1,39$ -dal kaptuk, ezért x belőlük számított korlátainál ismét ezeket az értékeket használtuk.)

Végül a sálak árára nyert kifejezésekből a megvett sál $z = 0,6s - 3$, ill. $z + 6$ árára

$$51,72 \leq z \leq 59,97, \quad \text{ill.} \quad 52,72 \leq z + 6 \leq 65,97.$$

Próbáljuk ki eredményeinket s legkisebb és legnagyobb értéke mellett! Ebben se felejtjük, hogy az előbbi a $v = 0,70$ feltevessel, az utóbbi pedig $v = 1,39$ és $m = 2$ -vel adódott.

Ha $s = 91,20$ Ft, $s = 104,95$ Ft,
akkor $y = 48,96$ Ft, $x = 61,18$ Ft $y = 59,96$ Ft, $x = 67,37$ Ft,

és valóban teljesül

$$(1) \quad 88,96 < 91,20 < 98,96, \quad 99,96 < 104,95 < 109,96, \\ (2) \quad 91,18 < 91,20 \leq 99,18, \quad 97,37 < 104,95 \leq 105,37, \\ (3) \quad (71,18 <) 72,96 \leq 81,18, \quad (77,37 <) 83,96 \leq 87,37, \\ (4) \quad (68,96 <) 72,96 \leq 78,96, \quad (79,96 <) 83,96 \leq 89,96, \\ (6) \quad 48,96 < 51,72 < 58,96, \quad 59,96 < 59,97 < 69,96, \\ (7) \quad 51,18 < 51,72 < 61,18, \quad 57,37 < 59,97 < 67,37.$$

Ezek szerint Bözsi a $61,18 - 51,72 = 9,46$ Ft, ill. $67,37 - 59,97 = 7,40$ Ft maradványából ki tudta fizetni Rózsi $51,72 - 48,96 = 2,76$ Ft, ill. $59,97 - 59,96 = 0,01$ Ft hiányát és a 6 Ft ráfizetést, végül maradt 0,70, ill. 1,39 Ft-ja.

Katona Mária (Budapest, Szilágyi E. lg. II. o. t.)

Szidarovszky Ágnes (Budapest, Ságvári E. gyak. lg. II. o.)

Megjegyzések 1. A beszélgetés szerint kölcsönként összegként elsősorban a 10 Ft valamely egész többszöröse jött szóba, ennél kisebb összeg pedig csak szükségből. Így feltehető, hogy a 2-ik sálhoz Bözsinek nem lett volna elég 10 Ft-nyi kölcsön és Rózsinak sem elég 20 Ft. Ekkor (3) és (4) helyére

$$x + 10 < 0,8s \leq x + 20, \quad \text{ill.} \quad y + 20 < 0,8s \leq y + 30$$

lép. A megoldás ezt is kielégíti, a megfelelő értékek a próbákban zárójelben állnak.

2. A gyorsan pergő beszélgetés gyors számolást és kerek értékeket tételéz fel. Így valószínű, hogy a sálak ára 100, 80, 76, 57, ill. 63 Ft volt, és a leányok pénze kb. 65, ill. 56 Ft.

Kunszt Zoltán (Pápa, Türr I. g. II. o. t.)