

Csak azokkal az esetekkel foglalkozunk, amelyekben a szóban forgó egyenesek benne vannak az A, B, C, D pontok síkjában.

1. A sík adott e egyenesétől adott d távolságra levő pontok azokon a g_1, g_2 egyeneseken vannak rajta, melyek e két oldalán, vele párhuzamosan, d távolságban haladnak. Így g_1 , és g_2 egymással is párhuzamosak. Kérdésünkben tudjuk, hogy bizonyos A, B, C, D pontokhoz létezik egy tőlük egyenlő távolságra levő e egyenes. Ebből következik, hogy A, B, C, D csak két párhuzamos g_1, g_2 egyenes pontjai közül valók lehetnek. Elhelyezkedésük háromféle lehet:

α) A, B, C, D közül kettő valamely g_1 -en, a további kettő pedig egy a g_1 -gyel párhuzamos, tőle különböző g_2 egyenesen van. Választhatjuk a betűzést úgy, hogy ezek az A, B és C, D pontpárok, vagyis $AB \parallel CD$; így A, B, C, D egy trapéz csúcsai.

β) A pontok közül három – pl. A, B, D – g_1 -en van, C pedig nincs rajta g_1 -en. Így pl. A, B, C háromszöget alkot, D pedig az AB oldalegyenes valamely pontja.

γ) A pontok mindegyike egy egyenesen van (ez g_1).

Az α és β lehetőség mellett megadhatjuk a szóban forgó egyenest: ez csak a trapéz középvonalának, ill. a háromszög AB oldalával párhuzamos középvonalának egyenese lehet, az egyenlő távolság pedig a trapéz, ill. a háromszög megfelelő magasságának fele.

A γ esetben g_2 és vele e is határozatlan, ekkor számtalan sok megfelelő egyenes van: bármely g_1 -gyel párhuzamos egyenes megfelel.

II. Ha még egy, a pontjainktól egyenlő távolságban levő f egyenesről tudunk (természetesen f nem azonos e -vel), akkor pontjaink helyzete f -hez képest is az előző három lehetőség valamelyike.

Ha a pontok e -hez képest α -elhelyezkedésűek, akkor f -hez képest sem β -, sem γ -elhelyezkedésűek nem lehetnek, mert egy trapéz csúcsai közül sem 3, sem 4 nem lehet egy egyenesen. Továbbá f nem lehet párhuzamos e -vel, mert különben $AB = g_1$ -gyel is párhuzamos volna, márpedig láttuk, hogy pontjaink A, B és C, D párba kapcsolása esetén csak egy megfelelő e egyenes van. Eszerint pontjaink egy e -től különböző irányhoz képest α helyzetűek, más szóval pl. az AD és BC egyenesek párhuzamosak. Így pontjaink egy paralelogramma csúcsai.

Lehetetlen, hogy pontjaink e -hez képest β helyzetűek legyenek, mert f most sem lehetne párhuzamos e -vel, így iránya már csak CA, CB vagy CD lehetne, ezek azonban egy ponton mennek át, nincs köztük két párhuzamos.

Ha pontjaink e -hez képest γ helyzetűek, akkor f csak e -vel párhuzamos lehet, ez azonban semmitmondó, magától értetődő megállapítás.

Eszerint pontjaink egy paralelogramma csúcsai.

Juhász Ildikó (Bonyhád, Perczel M. közg. t. III. o. t.)

Megjegyzés. Néhány dolgozat foglalkozott nem az A, B, C, D pontok síkjában levő egyenesekkel is, de csak egy megfelelő egyenes esetében. Két megfelelő egyenes kérdése középiskolai geometriai ismeretekkel nem vizsgálható eredményesen.