

Vezessünk be más jelöléseket még a bizonyítás előtt. Legyen

$$\frac{a-c}{a+c} = p \quad \text{és} \quad \frac{b-c}{b+c} = q,$$

ekkor azonosságunk:

$$(2) \quad \left(\frac{p+q}{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}} \right)^2 = \frac{p^2 + q^2}{\left(\frac{1}{p}\right)^2 + \left(\frac{1}{q}\right)^2}.$$

A bal oldali alapban a nagy nevezőbeli nevezők szorzatával bővítve

$$\left(\frac{(p+q)pq}{q+p} \right)^2 = (pq)^2 = p^2q^2.$$

A jobb oldalon a nevezőbeli négyzetreemelések után hasonlóan

$$\frac{p^2 + q^2}{\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2}} = \frac{(p^2 + q^2) p^2 q^2}{q^2 + p^2} = p^2 q^2.$$

Eszerint (2) helyes, – természetesen feltéve, hogy az előforduló kifejezéseknek van értelmük, vagyis p, q a 0-tól különbözők és reciprokok összege sem 0, ami akkor és csak akkor teljesül, ha összegük nem 0.

Az eredeti változókra visszatérve (1) is érvényes, ha $a+c, b+c, a-c, b-c$ nem 0 és a bal oldali nagy nevező sem tűnik el:

$$(3) \quad \frac{a+c}{a-c} + \frac{b+c}{b-c} \neq 0,$$

amiből $ab - c^2 \neq 0$. (Valóban, pl. $a = 4, b = 9, c = \pm 6$ mellett (3) bal oldala 0.)

A „2” kitevő helyett n -et írva hasonlóan látható be, hogy (1) bármely (pozitív egész) kitevővel érvényes.

Demeter Sándor (Sárospatak, Rákóczi g. II. o. t.)