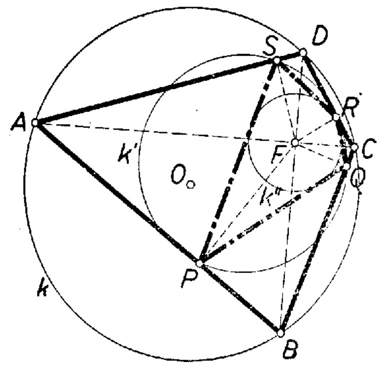
Az 583. gyakorlat I. megoldásában[1] más jelölésekkel minden húrnégyszögre megmutattuk, hogy az átlók metszéspontjának az oldalakon való vetületei érintőnégyszöget adnak, egyben azt is láttuk, hogy a beírt kör középpontja azonos az átlók metszéspontjával. Így csak azt kell megmutatnunk, hogy $PQRS$ húrnégyszög.



F-nek bármelyik két szomszédos oldalra való vetülete a kérdéses oldalak közös végpontjával és F-fel együtt húrnégyszöget alkot. Ennek alapján ábránk jelöléseivel a $PQRS$ négyszög P csúcsánál fekvő szög két részére, az említett bizonyításhoz hasonlóan

$$FPQ\sphericalangle = FBQ\sphericalangle \equiv DBC\sphericalangle = DAC\sphericalangle \equiv SAF\sphericalangle = SPF\sphericalangle,$$

és így

$$SPQ\sphericalangle = 2FPQ\sphericalangle = 2DBC\sphericalangle = 2FBC\sphericalangle.$$

Hasonlóan adódik, hogy $SRQ\sphericalangle = 2ACB\sphericalangle = 2FCB\sphericalangle$. Ennélfogva a $PQRS$ négyszög szemben fekvő P és R csúcsainál fekvő szögek összege, a háromszög külső szögének tételét az FBC háromszögre alkalmazva

$$SPQ\sphericalangle + SRQ\sphericalangle = 2(FBC\sphericalangle + FCB\sphericalangle) = 2AFB\sphericalangle.$$

Ez feltevésnél fogva 180°-kal egyenlő, tehát a $PQRS$ négyszög húrnégyszög.

Gáspár Rezső (Debrecen, Kossuth L. gyak. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Az 583. gyakorlat 3. ábráján bemutatotthoz hasonló eset itt nem fordulhat elő, mert mint a megoldáshoz hasonlóan könnyen meg lehet mutatni, az átlók merőlegessége folytán a körülírt körnek az oldalak által lemetszett íveire $\widehat{AB} + \widehat{CD} = \widehat{AD} + \widehat{BC}$, így egyik ív sem haladhatja meg a 180°-ot, a körülírt kör középpontja mindig belső pontja az $ABCD$ négyszögnek.

[1] XX. kötet 130. o. (1960. április).