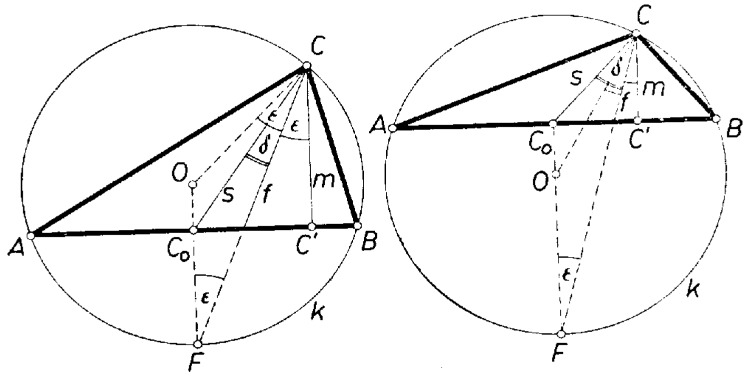
Ismeretes, hogy f átmegy a háromszög k körülírt köre C-t nem tartalmazó AB ívének F felezőpontján. Legyen továbbá az AB oldal felezőpontja C_0, és m talppontja az AB egyenesen C', így FC_0 az AB oldal felező merőlegese, tehát átmegy k-nak O középpontján. Másrészt FC_0 párhuzamos CC'-vel, mert merőlegesek AB-re. Ebből, valamint az OCF egyenlő szárú háromszögből $OCF\sphericalangle = OFC\sphericalangle = C'CF\sphericalangle = \varepsilon$.

Ha γ hegyes szög, akkor az F-et tartalmazó AB ív kisebb a félkörnél, mert a hozzá tartozó $AOB = 2\gamma$ középponti szög kisebb $180°$-nál. Így C_0 az OF szakasznak belső pontja. Ekkor pedig az állításnak megfelelően, $\delta < \varepsilon$, mert a $C_0CF = \delta$ szög része az $OCF = \varepsilon$ szögnek.



Ha $\gamma = 90°$, akkor mindkét AB ív félkör, és C_0 azonos O-val ezért $\delta = \varepsilon$.

Ha pedig γ tompaszög, akkor az AFB ív nagyobb félkörnél, C_0 az OF sugárnak O-n túli meghosszabbításán van, ezért δ magában foglalja az ε-nal egyenlő OCF szöget, $\delta > \varepsilon$. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Tószegi Sándor (Makó, József A. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Néhány dolgozat külön bizonyította a $\delta < \varepsilon$ egyenlőtlenséget arra az esetre, ha α és β egyike tompaszög. Többször láttuk, hogy tompaszögű háromszögekre a bizonyítások kissé módosulnak, így a körültekintés általában helyes. Ezúttal azonban csak a kiemelt szerepet játszó γ-nak tompaszög volta kívánt más meggondolást.