I. megoldás: A feltevés szerint az

$$(5x+7y):m=(3x+2y):n$$

aránypár is helyes. E két arány közös értékét k-val jelölve

$$5x+7y=km, \qquad 3x+2y=kn. \tag{1}$$

Ez x, y meghatározására egyenletrendszer, megoldása:

$$x=k(7n-2m)/11, \qquad y=k(3m-5n)/11,$$

és ezeket a kívánt arányba helyettesítve

$$\frac{13x+16y}{2x+5y}=\frac{11(13x+16y)}{11(2x+5y)}=\frac{13k(7n-2m)+16k(3m-5n)}{2k(7n-2m)+5k(3m-5n)}=$$
$$=\frac{22m+11n}{11m-11n}=\frac{2m+n}{m-n}\,.$$

Wáczek Zsuzsa (Budapest, Szilágyi E. lg. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Lényegében így oldjuk meg a feladatot akkor is, ha $y\neq 0$ feltevés után az adott aránypár első két tagját y-nal osztjuk, az így a $z=x/y$ hányadosra adódott elsőfokú egyenletet megoldjuk és z-t behelyettesítjük a kérdéses arányból y-nal való egyszerűsítés útján kapott arányba.

És ezt csináljuk akkor is, ha az adott arányból pl. y-t m, n és x-szel kifejezve a kapott kifejezést helyettesítjük a kérdéses arányba és megállapítjuk, hogy a követelményt sikerült teljesíteni, mert x kiesik.

Molnár Katalin (Körmend, Kölcsey F. g. II. o. t.)

2. Itt x és fent k kiesése azon múlik – valamint az is, hogy az x/y hányadost kifejezhettük csak m és n-nel –, hogy az x-et és y-t tartalmazó arányokban nincs olyan tag, amely x és y mindegyikétől független. Ezt úgy szokás mondani, hogy az $5x+7y$, $3x+2y$, $13x+16y$ és $2x+5y$ kifejezések minden tagja x és y-ban egyenlő fokú, „homogén”.

3. Természetesen nem lehet $n=0$, mert így az ismertnek tekintendő $m:n$ aránynak nem volna értelme; ugyanígy az adott aránypár második tagja: $3x+2y$ sem lehet 0. Ennélfogva az sem lehet, hogy x és y értéke egyszerre 0 legyen, tehát a kérdéses aránynak mindig van értelme.

II. megoldás: Keressünk olyan λ, μ számokat, amelyekkel minden x, y számpárra fennáll: $\lambda(5x+7y)+\mu(3x+2y)=13x+16y$ (kivéve természetesen az $x=y=0$ párt, amelyre az aránynak nincs értelme). Követelésünk teljesül, ha x és y két oldali együtthatói megegyeznek:

$$5\lambda+3\mu=13$$
$$7\lambda+2\mu=16.$$

Ebből az egyenletrendszerből $\lambda=2$ és $\mu=1$. – Hasonlóan, azt követelve, hogy $2x+5y=\nu(5x+7y)+\xi(3x+2y)$ azonosság legyen, adódik: $\nu=1$, $\xi=-1$.

Ezekből és (1) feltevésével

$$13x+16y=\lambda km+\mu kn=k(2m+n),$$
$$2x+\ 5y=\nu km+\xi kn=k(m-n),$$

ennélfogva

$$(13x+16y):(2x+5y)=(2m+n):(m-n).$$