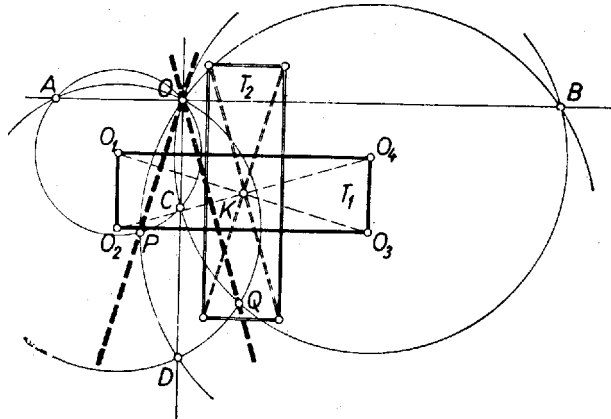


A figyelembe vett háromszögek mindegyike O -nál derékszögű, ezért a körülírt körök középpontja rendre az AC, BD , ill. AD, BC szakasz O_1, O_3 , ill. O_2, O_4 felezőpontja. A négy középpont egy olyan T_1 téglalapot határoz meg, melynek oldalai és szimmetriatengelyei párhuzamosak AB -vel, ill. CD -vel, mert O_1O_2 az ACD, O_3O_4 a BCD háromszögnek a CD -vel párhuzamos középvonala, továbbá O_1O_4 és O_2O_3 az ABC , ill. ABD háromszögnek AB -vel párhuzamos középvonala.



OP, OQ mint közös húrok, merőlegesek a körpárok O_1O_3, O_2O_4 centrálisára, T_1 átlóira. Ha tehát T_1 -et a K középpontja körül 90° -kal elforgatjuk, a kapott T_2 téglalap párhuzamosak OP és OQ -val, másrészt szimmetriatengelyei azonosak T_1 tengelyeivel, párhuzamosak AB és CD -vel. Eszerint OP és OQ irányai tükrös párok AB -re és CD -re. És mivel még O közös pontjuk AB -n is, CD -n is rajta van, azért maguk az OP, OQ egyenesek is tükrös párok AB -re és CD -re. Ezt kellett bizonyítanunk.

Nádasdy Gábor (Pápa, Türr I. Gimn. I. o. t.)

Megjegyzés. Nem jön létre mind a négy szóban forgó háromszög, ha O egybeesik az A, B, C, D pontok egyikével, pl. C -vel, vagyis A, B, C egy egyenesen fekszenek. Ha ekkor az AOC és BOC „háromszögek” körülírt körének a legkisebb olyan kört vesszük, amely mindegyik csúcsukon átmegy, akkor az állítás érvényben marad, hiszen így O_1 , ill. O_4 továbbra is az AC, BC felezőpontja. – P , ill. Q nem adódik az O -tól különbözőnek, és így OP, OQ -nak legalább az egyike közvetlenül nincs értelmezve, ha az AB és CD szakaszok egyik végpontja közös (mert ilyenkor egyik kör ponttá zsugorodik), vagy ha AC és BD (vagy AD és BC) párhuzamosak (más szóval: A, B, C, D egy trapéz, vagy éppen paralelogramma csúcsai) és így T_1 -nek egyik, esetleg mindkét átlója átmegy O -n (mert ilyenkor legalább az egyik körpár O -ban érintkezik). Ilyenkor OP helyett az O -n át O_1O_3 -ra merőlegest véve az állítás természetesen helyes marad. – Az viszont lényegtelen, hogy O (ha már A, B, C, D egyikével sem esik egybe) az AB, CD szakaszokon van-e vagy meghosszabbításukon.