A leírt 6-jegyű számban a (balról) első 3 jegy a következő 3 jegyből álló szám (a gondolt N szám) 1000-szeresét képviseli, tehát a hat jegyű számban 1001 N áll előttünk. Így a 2. és 3. lépés után Erzsi papírján az

$$N_1 = \frac{1001N + 3514}{7} = 143N + 502$$

szám állt, a 4. és 5. lépés után

$$N_2 = \frac{N_1 + 3524}{11} = \frac{143N + 4026}{11} = 13N + 366,$$

végül a kimondott hányados a következő volt:

$$N_3 = \frac{N_2 + 3534}{13} = \frac{13N + 3900}{13} = N + 300.$$

Eszerint nem csoda, ha Pista egycsapásra kimondta a gondolt számot.

A mintapéldában azért adódott minden osztás maradék nélkülinek (ez ugyanis kimondatlan „törvénye” az efféle játékoknak), mert az osztóként használt számok szorzata osztója az N kétszer egymás után való íratásában burkoltan használt szorzónak, ugyanis $d_1d_2d_3 = 7\cdot 11\cdot 13 = 1001$. És a kitalálás művelete azért egyszerűsödött puszta kivonássá, azért adódott N_3-ban N együtthatója 1-nek, mert az eljárás során felhasznált osztók szorzata éppen 1001 volt. (Ha Pista N_2-t kérdezte volna meg Erzsitől, akkor kivonáson felül még osztást is kellett volna végeznie N kiszámítására.) Az osztás maradéktalanságához ezentúl az is kellett, hogy az a_1 hozzáadandó maradék nélkül osztható legyen az utána következő d_1-gyel, a_2 és a_3 pedig az előttünk adódott 502, ill. 366 többlettel együtt adjanak d_2-vel, d_3-mal osztható számot.

Ezek szerint a_1, a_2, a_3 helyén sok más számot is használhattunk volna, d_1, d_2, d_3 helyén azonban csak az adottakat, legfeljebb más sorrendben.

II. Már most egy kétjegyű számnak háromszor egymás után való írása a fentihez hasonlóan 10101-gyel való szorzásának felel meg, és törzsszámok szorzatára bontva $10101 = 3\cdot 7\cdot 13\cdot 37$. Így a kívánt eljárásban legfeljebb négy szakaszban – négy hozzáadással és négy osztással – el kell jutnunk a kimondandó számhoz (oszthatunk ugyanis egycsapásra két törzstényező szorzatával is, pl. $3\cdot 7 = 21$-gyel, ekkor a szakaszok száma kevesebb). Egy lehetőség a hozzáadandók és a sorrend megválasztására:

$$a_1 = 342,\ d_1 = 3;\ a_2 = 348,\ d_2 = 7;\quad a_3 = 363,\ d_3 = 13;\ a_4 = 374,\ d_4 = 37,$$

ezekkel a kimondott számból levonandó szám 11.

Vezse József (Debrecen, Péchy M. ép. ip. t. II. o. t.)

Megjegyzés. Ábrán Margit (Budapest, Berzsenyi D. ig. II. o. t.) az osztóknak és sorrendjüknek megválasztásával olyan hozzáadandó állandókat adott meg, amelyek abban is hasonlítanak az adott példához, hogy bennük $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = 10$, és a kimondandó számnak a gondolttal szemben való többlete is $A = 300$. Ezek a következők: $a_1 = 30\,590$, $d_1 = 7$; $a_2 = 30\,600$, $d_2 = 13$; $a_3 = 30\,610$, $d_3 = 111$. Ez azon a szerencsés véletlenen múlik, hogy az

$$\frac{\big[(10101N + a_1)/7 + (a_1 + 10)\big]/13 + (a_1 + 20)}{111} = N + 300$$

egyenlet (a_1-re való) megoldása egész szám. Általában ugyanis három szakaszból álló eljárásban és a hozzáadandó számok növekedését D-vel jelölve a

$$\frac{\big[(d_1d_2d_3N + a_1)/d_1 + (a_1 + D)\big]/d_2 + (a_1 + 2D)}{d_3} = N + A$$

egyenletből

$$a_1 = \frac{d_1d_2d_3A - d_1(2d_2 + 1)D}{1 + d_1(d_2 + 1),},$$

és ez A és D-nek csak speciális értékpárjai mellett egész szám. – Másképpen: D megválasztása után nem feltétlenül található egész A úgy, hogy a_1 is egész legyen.