Az egyenlet mindkét oldala pozitív, van logaritmusa, ezek egyenlőségéből rendezéssel x-re másodfokú egyenletet kapunk.[1]

$$(x+1)(\lg a + x\lg b) = \lg c, \quad (\lg b)x^2 + (\lg a + \lg b)x + (\lg a - \lg c) = 0 \tag{1}$$

(ugyanis x^2 együtthatója $\lg b \neq 0$). Ennek diszkriminánsa:

$$D = (\lg a + \lg b)^2 - 4(\lg a - \lg c)\lg b = (\lg a - \lg b)^2 + 4(\lg b)(\lg c),$$

pozitív, mert az utóbbi alak szerint mindkét tagja pozitív. Ezzel az állításnál többet bizonyítottunk be, azt, hogy az egyenletnek két ***különböző*** valós gyöke van.

Az adott számértékekből, tízes alapú logaritmusok használatával:

$$D = 1{,}0792^2 - 4(-0{,}2219)\cdot 0{,}6021 = 1{,}1647 + 0{,}5342 = 1{,}6989)$$[2]

innen $\sqrt{D} = 1{,}3034$ [3], és így a gyökképlettel $x_1 \approx 0{,}186$, $x_2 \approx -1{,}979$. [4]

A behelyettesítés mutatja, hogy az adott egyenletet mindkét érték kielégíti.

Gallyas Györgyi (Budapest, Szilágyi E. lg. II. o. t.)

Megjegyzések. **1.** Az (1) egyenlet bármely megengedett (azaz 1-től különböző, pozitív) d-alapú logaritmusokkal érvényes. A diszkrimináns második tagja nem azért pozitív, mert $\overset{d}{\log} b$ és $\overset{d}{\log} c$ pozitívok, hanem mert egyenlő előjelűek; ez pedig akkor is teljesül bármely megengedett d-vel, ha b és c mindegyike 1-nél kisebb pozitív szám.

Bollobás Béla (Budapest, Apáczai Csere J.,gyak. g. II. o. t.)

2. $b, c > 1$, ill. $c < b$, $c < 1$ *elegendő* feltétele annak, hogy a gyökök valósak és különbözők legyenek, de *nem szükséges.* A diszkrimináns lehet pozitív akkor is, ha $(\lg b)(\lg c) < 0$. – Az a számról csak a pozitívságot használtuk ki, 1-hez való nagyságviszonyát nem. Hasonlóan lehet $c = 1$ is. Ekkor (1) nélkül is látható, hogy vagy $x = -1$, vagy $ab^x = 1$ és $x = -\lg a/\lg b = -\overset{b}{\log} a$.

3. Számos versenyző csak az elméletet tekinti fontosnak, numerikus számítását nem ellenőrzi pl. behelyettesítéssel; láthatóan nem érez felelősséget számbeli állításaiért.

---

[1] Az egyenleteket egyelőre 10-alapú logaritmusokkal értsük.

[2] A négyzetben 5 értékes jegyet írtunk ki, amennyi az alapban van, ugyanis két tényezős szorzatban (ha, mint itt is; tényezői kerekítéssel jöttek létre) legfeljebb annyi értékes jegyet vehetünk biztosnak, amennyi a kevesebb értékes jeggyel bíró tényezőben van. Ugyanezért a második tagban 4 jegyet írtunk ki (a 4-es tényező nem kerekített!). A dolgozatok legtöbbje – efféle ismeretek hiányában – fölösleges (biztosra semmi esetre sem vehető) jegyeket is kiírt. – Szerk.

[3] Az előbbi megjegyzés megfordításával írtunk ki 5 jegyet.

[4] Az osztandók 4, ill. 5 jegyűek voltak, de több művelet után valószínű, hogy a helyes értékes jegyek száma csökken, emiatt eggyel – eggyel kevesebb értékes jegyet írtunk ki.