

I. megoldás: Bebizonyítjuk, hogy az egyenlőtlenség két oldalán álló számokban az egyesek helyén álló számjegyek különbözőek. Így a két szám nem lehet egyenlő. – A bal oldali szorzat egyes jegyének lehetséges értékei:

$$\begin{array}{ccccc} 0 \cdot = 0 & 1 \cdot 2 = 2, & 2 \cdot 3 = 6, & 3 \cdot 4\text{-ből } 2, & 4 \cdot 5\text{-ből } 0, \\ 5 \cdot 6\text{-ből } 0, & 6 \cdot 7\text{-ből } 2, & 7 \cdot 8\text{-ből } 6, & 8 \cdot 9\text{-ből } 2, & 9 \cdot 0\text{-ből } 0, \end{array}$$

vagyis 0, 2, vagy 6. A jobb oldal pedig $2(5y + 2) = 10y + 4$, egyes jegye 4.

Sebestyén Ágnes (Budapest; V. ker., Deák téri ált. isk. VI. o. t.)

Megjegyzés. Két egész szám tízes számrendszerbeli alakja akkor és csak akkor végződik ugyanarra a jegyre, ha különbségük osztható 10-zel. Ennek és az $a(a + 1) - b(b + 1) = (a - b)(a + b + 1)$ azonosságnak az alapján a bal oldali vizsgálatok száma csökkenthető. Ugyanis $a - b$ és $a + b + 1 = (a - b) + (2b + 1)$ egyike páros, így ha valamelyik osztható 5-tel, akkor szorzatuk osztható 10-zel. Így $a - b = 5$, azaz $a = b + 5$ -tel a fenti második sor mellőzhető, $a + b + 1 = 5$, azaz $a + 1 = 5 - b$ -vel pedig az első sor utolsó két esete.

II. megoldás: Elég azt belátni, hogy a két oldal egyenlőségének feltevésével és átrendezéssel adódó $x^2 + x - 10y - 4 = 0$, x -re nézve másodfokú egyenletnek egész y mellett nem lehet egész gyöke. A diszkrimináns: $40y + 17$, ez negatív y -ra negatív, így x nem valós; nem negatív y -ra pedig 7-re végződő egész szám, nem teljes négyzet.

Bede Zoltán (Miskolc, Földes F. g. II. o. t.)