I. A *„pi”*, *„pszi”*, ill. *„nü”* szórész ismétlődésének felismerésével (7) és (3)-ból, ill. (13), (2) és (7)-ből:

(16) $$sz = -\pi + \psi$$

(17) $$l + o = \upsilon - \nu - \psi$$

Gyorsabb kiküszöbölések érdekében célszerű a gyakran fellépő i-t egyelőre ismertnek (paraméternek) tekinteni. Így (3), (4)és (6)-ből (16) alapján:

(18) $$p = \pi - i,$$

(19) $$f = \varphi - i,$$

(20) $$k = \xi + \pi - \psi - i.$$

Folytatólag (10), majd (8), utána (17), végül (5)-ből:

(21) $$2\alpha = \kappa - \xi - 3\pi + \psi + 3i,$$

(22) $$l = \alpha - \kappa + \xi + 3\pi - \varphi - \psi - 2i,$$

(23) $$o = -\alpha + \kappa - \nu - \xi - 3\pi + \upsilon + \varphi + 2i,$$

(24) $$r = \alpha - \kappa + \nu + \xi + 3\pi + \varrho - \upsilon - \varphi - 2i.$$

Eddig 8 ismeretlennek a görög betűkkel és i-vel történt kifejezéséhez az eredetileg adott egyenletek közül 8-at használtunk fel: a (3), (4), (5), 6), (7), (8), (10) és (13) hivatkozási számúakat. A még nem használt (1), (2), (9), (11) és (12) egyenletekben két-két ismeretlen van, rendre az m, $ü$, az n, $ü$, az m, g, az m, g és az m, n pár. (Ez 4 ismeretlen, egy egyenlet pedig i kiszámítására marad.) Eszerint (9) és (11) önálló kétismeretlenes rendszerként is adhatná g és m-et, másrészt (1), (2) és (12) m, n, $ü$-t. Haladhatunk tovább azonban úgy is, ha a „rövid” (1) és (2)-ben közös $ü$-t átmenetileg újabb paraméternek vesszük. Ezzel

(25) $$m = \mu - ü,$$

(26) $$n = \nu - ü,$$

(12) összefüggést ad i és $ü$ között, amiből

(27) $$2ü = -\alpha + \kappa + \mu - o - 2\pi + \varrho + \upsilon + \varphi - \psi + 2i.$$

Másrészt (9)-ből (21), (25) és (27) alapján

(28) $$g = \gamma - 2\alpha - 2\mu + 2ü = -\alpha + \gamma - \mu + \xi - o + \pi + \varrho + \upsilon + \varphi - 2\psi - i.$$

Most már az egyetlen még nem használt (11) egyenletből (16), (28), (25) és (21) alapján kiszámíthatjuk i-t, majd valamint már valóban ismert számmal elsősorban $ü$-t, majd a többi ismeretleneket. Ennek eredményét táblázatban adjuk, minden egyes latin betű számára az egyes görög betűk az oszlopuk és soruk közös mezején álló együtthatóval szorzandók, majd e szorzatok összege veendő, pl.

$$p = -\alpha + 2\gamma - \mu - o + \xi + \varrho - 2\sigma + \upsilon + \varphi.$$

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy a táblázatbeli eredmény valóban megoldása az egyenletrendszernek. Pl. (8)-ba helyettesítve a bal oldalon $2\alpha + l + f$ révén α együtthatója: $2 \cdot 3/2 + (-1) + (-1) = 1$, és valamennyi többi szereplő görög betűé az alábbiak szerint 0, vagyis ezt az egyenletet az eredmény kielégíti.

		a	f	g	i	k	l	m	n	o	p	r	sz	$ü$	e
1.	α	3/2	−1	−2	1	−1	−1	−1/2	−1/2	1	−1	−1	0	1/2	1/2
2.	γ	−3	2	3	−2	2	4	2	2	−4	2	4	0	−2	−2
3.	κ	1/2	0	0	0	0	−1	−1/2	−1/2	1	0	−1	0	1/2	1/2
4.	μ	3/2	−1	−2	1	−1	−2	−1/2	−3/2	2	−1	−2	0	3/2	3/2
5.	ν	0	0	0	0	0	0	0	1	−1	0	1	0	0	0
6.	o	3/2	−1	−2	1	−1	−2	−1/2	−1/2	2	−1	−2	0	1/2	1/2
7.	ξ	−2	1	2	−1	2	3	1	1	−3	1	3	0	−1	−1
8.	π	0	−1	0	1	0	1	0	0	−1	0	1	−1	0	0
9.	ϱ	−3/2	1	2	−1	1	2	1/2	1/2	−2	1	3	0	−1/2	−1/2
10.	σ	3	−2	−2	2	−2	−4	−2	−2	4	−2	−4	0	2	2
11.	υ	−3/2	1	2	−1	1	2	1/2	1/2	−1	1	1	0	−1/2	−3/2
12.	φ	−3/2	2	2	−1	1	1	1/2	1/2	−1	1	1	0	−1/2	−1/2
13.	ψ	1/2	0	−2	0	−1	−1	1/2	1/2	0	0	0	1	−1/2	−1/2
	ε	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

$\gamma : 2(-3)+4+2$	$o : 2\cdot 3/2+(-2)+(-1)$	$\sigma : 2\cdot 3+(-4)+(-2)$
$\kappa : 2\cdot 1/2+(-1)+0$	$\xi : 2(-2)+3+1$	$\upsilon : 2(-3/2)+2+1$
$\mu : 2\cdot 3/2+(-2)+(-1)$	$\pi : 2\cdot 0+1+(-1)$	$\varphi : 2(-3/2)+1+2$
$\nu : 2\cdot 0+0+0$	$\varrho : 2(-3/2)+2+1$	$\psi : 2\cdot 1/2+(-1)+0.$

II. A táblázatban a, m, n és $ü$ oszlopainak és α, κ, μ, o, ϱ, υ, φ és ψ, sorainak közös mezején, és csak ezen a $4\cdot 8$ mezőn tört együtthatók állnak, valamennyi az 1/2-nek páratlan számú többszöröse. Ha e 8 görög betű mindegyike páros, akkor a kérdéses 4 latin betű nyilván egésznek adódik. Ugyanez áll pl. akkor is, ha a kérdéses görög betűk mindegyike páratlan; mert így 8, azaz páros számú esetben képezzük 1/2 valamely páratlan számú többszörösének (ti. a táblázatbeli együtthatónak) és egy páratlan számnak (a görög betű megválasztott értékének) szorzatát; minden ilyen szorzat valamely egész számnál 1/2-lel nagyobb és a 8 ilyen szorzat összege egész szám.

A görög betűk a táblázatban éppen a vizsgálandó sorrendben szerepelnek és a fenti 8 betű sorainak sorszáma rendre 1, 3, 4, 6, 9, 11, 12, 13. Ezek közül a párosak és a páratlanok száma egyaránt páratlan: 3, ill. 5. Eszerint a görög betűk értékének egymás utáni egész számokat választva, – akár páros számmal kezdődik e sorozat, akár páratlannal, – a kérdéses 8 görög betű értéke között páratlan számú páratlan szám lesz, így az a, m, n, $ü$ ismeretleneket adó összeg tagjai között egész számok mellett páratlan számú olyan szorzat adódik, amely valamely egész számnál 1/2-lel nagyobb, ezért az ismeretlenek értéke nem egész.

Ha viszont mindegyik görög betű értéke páratlan (az egymás utániságtól függetlenül is), akkor már fentebb láttuk, hogy minden latin betű értéke egész.

III. A (14)–(15) egyenletek *egy* új ismeretlent hoznak: e-t és *két* új követelményt. (14) és (13)-ból, minthogy bal oldaluk majdnem megegyezik: $e=\varepsilon-\upsilon+ü$ ebből adódik a táblázat utolsó oszlopa. Ha már most (15) bal oldalát az eddigiek alapján kiszámítva ez egyenlő ω-val, másképpen

$$\alpha-8\gamma+2\varepsilon+3\kappa+5\mu-2\nu+3o-6\xi-2\pi-3\varrho+10\sigma-3\upsilon-\varphi-3\psi=2\omega, \tag{29}$$

akkor (15) elhagyható, a rendszer enélkül is megoldható. Ha viszont (29) nem teljesül, akkor az (1)–(15) rendszer ellentmondásos, nincs megoldása.

Székely Jenő (Pécs, Nagy Lajos g. II. o. t.)
Gagyi Pálffy András (Budapest, Széchenyi I. g. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Ha görög betűink helyére a görög betűsor helyes rendjében (…, mü, nü, kszi, omikron, …) írunk egymás utáni egész számokat, akkor minden latin betű értéke egésznek adódik.

2. Érdekes, hogy k nem függ κ-tól, p sem π-től és sz sem σ-tól.