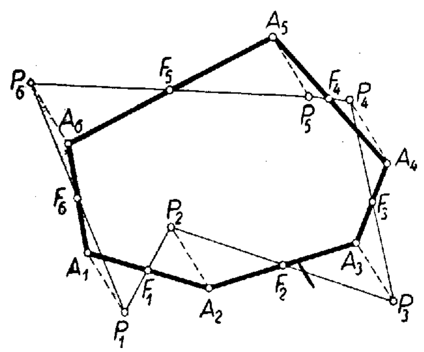
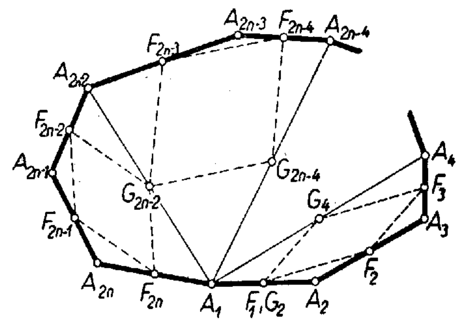
**I. megoldás:** Legyen az $A_1A_2A_3\dots A_{2n-1}A_{2n}$ sokszög $A_1A_2$, $A_2A_3$, …, $A_{2k-1}A_{2k}$, $A_{2k}A_{2k+1}$, …, $A_{2n-1}A_{2n}$, $A_{2n}A_1$ oldalának felezőpontja rendre $F_1$, $F_2$, …, $F_{2k-1}$, $F_{2k}$, …, $F_{2n-1}$, $F_{2n}$, és tekintsük ezeket $F_{2n}$ kivételével adottnak. $A_1$ tükörképe $F_1$-re $A_2$, $A_2$ tükörképe $F_2$-re $A_3$, … $A_{2k-1}$ tükörképe $F_{2k-1}$-re $A_{2k}$, $A_{2k}$-é $F_{2k}$-ra $A_{2k+1}$, …, $A_{2n}$ tükörképe $F_{2n}$-re $A_1$. Hasonló, de eggyel kevesebb tagú tükrözési sorozatot $A_1$ helyett egy tőle különböző $P_1$ kiindulópontból végrehajtva legyen $P_1$ képe $F_1$-re $P_2$, $P_2$ képe $F_2$-re $P_3$, …, $P_{2k-1}$ képe $F_{2k-1}$-re $P_{2k}$, $P_{2k}$ képe $F_{2k}$-ra $P_{2k+1}$, …, $P_{2n-1}$ képe $F_{2n-1}$-re $P_{2n}$. Ekkor – az irányítást is tekintve – az $A_1P_1$, $P_2A_2$, $A_3P_3$, …, $A_{2k-1}\,P_{2k-1}$, $P_{2k}A_{2k}$, … $P_{2n}A_{2n}$ szakaszok szomszédos páronként párhuzamosak és egyenlők és ezért valamennyien is párhuzamosak és egyenlők. Ezért e sorozat utolsó és első $P_{2n}A_{2n}$ és $A_1P_1$ szakaszának négy végpontja a $P_{2n}A_{2n}P_1A_1$ paralelogrammát alkotja. Ebben az $A_{2n}A_1$ átló felezőpontja $F_{2n}$, és így ez a felezőpontja a $P_{2n}P_1$ átlónak is.

Eszerint az adott $F_1$, …, $F_{2n-1}$ felezőpontokból egy tetszés szerinti $P_1$ pont felhasználásával valóban megszerkeszthetjük $F_{2n}$-et. A meghatározás egyértelmű, hiszen a különböző $A_1$, $P_1$ pontokból kiindulva ugyanazon $F_{2n}$-hez jutunk. Egyben látjuk, hogy az $A_1A_2\dots A_{2n}$ sokszög csúcsai nem határozhatók meg az adatokból, hiszen a $P_1P_2\dots P_{2n}$ $2n$-szög oldalainak felezőpontjai ugyanezek a pontok.

*Fritz József* (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g. II. o. t.)




**II. megoldás:** $n=2$-re, a négyszögre az állítás helyessége következik abból a közismert tényből, hogy a négy felezőpont paralelogrammát alkot, így bármely hármuk és a sorrendjük meghatározza a negyediket. Tekintsük a felezőpontokat $F_1$ kivételével. Ekkor $F_{2n}$, $F_{2n-1}$, $F_{2n-2}$, mint az $A_1A_{2n}A_{2n-1}A_{2n-2}$ négyszög három egymás utáni oldalának felezőpontja, meghatározza az $A_1A_{2n-2}$ oldal (ill. a $2n$-szögben átló) $G_{2n-2}$ felezőpontját. Így a $2n-2$ oldalú $A_1A_2A_3\dots A_{2n-2}$ sokszögben az első kivételével ismerjük az oldalak $F_2$, $F_3$, …, $F_{2n-3}$, $G_{2n-2}$ felezőpontját. Hasonlóan a $G_{2n-2}\;F_{2n-3}\;F_{2n-4}$ háromszöget paralelogrammává kiegészítő $G_{2n-4}$ az $A_1A_{2n-2}A_{2n-3}\;A_{2n-4}$ négyszög $A_1A_{2n-4}$ oldalának, az eredeti $2n$-szög $A_1A_{2n-4}$ átlójának felezőpontja. Így lépésről lépésre 2-vel kevesebb oldalú sokszög áll előttünk, végül az $A_1A_4A_3A_2$ négyszög $G_4$, $F_3$, $F_2$ felezőpontjaiból megszerkesztjük az $A_1A_2$ oldal (keresett) $G_2$, azaz $F_1$ felezőpontját. A szerkesztések mindenütt egyértelműek.

*Náray Szabó Gábor* (Budapest, József A. g. II. o. t.)