I. megoldás: A zárójelbeli, két jeggyel írható számokat a, b-vel jelölve (vagyis $0 \leq a,\ b \leq 99$) követelményünk $(a+b)^2 = 100a+b$, másképpen $(a+b)^2-(a+b) = 99a$ alakban írható, vagy még, $a+b = c$ jelöléssel, $c^2-c = c(c-1) = 99a$ alakban, ahol $c = a+b \leq 99$, mert négyzete leírható négy jeggyel. Eszerint $c(c-1)$ osztható 99-cel, vagyis $9 = 3^2$-nel és 11-gyel. Mivel c és $c-1$ relatív prímek, csak egyikük osztható 3-mal, ezért egyikük osztható 9-cel.

Ha 9 és 11 mindegyikével c osztható, akkor $c = 99$ és $a = 98$, tehát $b = c-a = 1 = 01$. Valóban, $(98+01)^2 = 99^2 = 9801$ mutatja a kívánt megegyezéseket.

Ha 9-cel c és 11-gyel $c-1$ osztható: $c = 9x,\ c-1 = 11y$, azaz $9x-1 = 11y$, ahol x, y pozitív egészek és $9x < 99$, $11y < 98$. Könnyű belátni, hogy e feltételeknek csak $c = 45$ felel meg, és ekkor $a = 45 \cdot 44/99 = 20$, $b = c-a = 25$. Valóban $(20+25)^2 = 45^2 = 2025$ szintén megfelel.

Ha pedig 9-cel $c-1$ és 11-gyel c osztható, akkor hasonlóan $c = 55$, $a = 30$, és a bemutatott példára jutunk. Mivel $c-1 \leq 98$, így nem lehet ez a tényező osztható 9-cel is, 11-gyel is.

Nagy Géza (Debrecen, Ref. g. I. o. t.)

Megjegyzés. Hasonló, de hosszabb próbálgatással vezet célhoz a következő meggondolás: b csak olyan két jeggyel írható szám lehet, melyre b^2 tizes és egyes jegye egyezik b-ével, vagyis $b^2-b = b(b-1) = 100x = 2^2 \cdot 5^2 x$. Innen $b < 100$ folytán b-re és $b-1$-re csak a 0, 25, 50, 75 számok jöhetnek szóba. Közvetlen próbálgatással kapjuk, hogy csak $b = 01$, és $b = 25$ felel meg, és ezekhez a fenti másodfokú egyenletből $a = 98$, ill. $a = 30$ és 20.

Horváth Kálmán (Kaposvár, Táncsics M. g. I. o. t.)

II. megoldás: Az $(a+b)^2 = 100a+b$ egyenletből: $a = 50-b \pm \sqrt{2500-99b}$. A diszkrimináns csak $b \leq 25$-re pozitív, másrészt a $2500-99b = d^2$ követelményből (ahol d egész) $2500-d^2 = (50-d)(50+d) = 99b$, és így $a = 50-b \pm d$. Itt egyrészt $d^2 < 2500$, $d < 50$, másrészt $50-d$ és $50+d$ közül csak az egyik lehet 3-mal osztható, az ellentétes feltevésből ugyanis az következnék, hogy összegük: 100 is osztható 3-mal. Ezekből a fentiekhez hasonló próbálgatással a már látott előállításokhoz jutunk.

Pallós Lajos (Pannonhalma, Bencés g. II. o. t.)

Megjegyzés. Számos dolgozat a $(98+01)^2 = 9801$ előállítást nem fogadta el, mert a 01 szám „nem kétjegyű." Ez igaz, de a feladat *két jeggyel írható* számokról beszélt, és az egyjegyű számok is írhatók két jeggyel (számozógépek!).