A két szomszédos egész szám kisebbikét x-szel jelölve azt kell bizonyítanunk, hogy $N=x^2+(x+1)^2+x^2(x+1)^2$ teljes négyzet. Az első két tag összegének $2x^2+2x+1=1+2x(x+1)$ alakjában ráismerünk a szorzat $2\cdot 1$-szeresére és az 1 szám négyzetére, ennélfogva N a szorzatnál 1-gyel nagyobb számnak a négyzete: $N=[1+x(x+1)]^2$.

A bebizonyított állításhoz hasonlót nem egész számokról nem mondhatunk ki, mert azok között nem beszélhetünk szomszédosakról: bármely két (különböző) szám között számtalan sok további szám van. Egyébként az $x^2+(x+1)^2+x^2(x+1)^2=[1+x(x+1)]^2$ azonosság bizonyításában nem használtuk ki, hogy x és vele a további két négyzet alapja egész, ezért az azonosság bármely x számra igaz. Ezt azonban szóban csak így mondhatjuk ki: egy számnak, *a nála 1-gyel nagyobb* számnak, valamint szorzatuknak négyzetösszege egyenlő a szorzatuknál 1-gyel nagyobb szám négyzetével.

Szidarovszky Ágnes (Budapest, Ságvári E. gyak. lg. I. o.t.)

Megjegyzések. 1. Az azonosságban a jobb oldal alapját így is meghatározhatjuk: Harmadik tagját is kifejtve és rendezve: $N=x^4+2x^3+3x^2+2x+1$. Itt a legmagasabb és a legalacsonyabb fokú tag x^2-nek, ill. 1-nek négyzete, N tehát úgy lehet teljes négyzet, ha további tagjai egy a rendezett alapban x^2 és 1 közötti, elsőfokú tagból származnak, vagyis ha $N=(x^2+kx+1)^2$. Ezt kifejtve és a további három tag egyenlőségét követelve a $2k=2$, $k^2+2=3$, $2k=2$ egyenletrendszerre jutunk. Ebből $k=1$, és így $N=(x^2+x+1)^2$.

Kopornoky Zsolt (Budapest, I. István g. II. o. t.)

2. Több dolgozat a rendezett többtagúakból való négyzetgyökvonás eljárásával állapította meg az előbbi kifejtett alakból az x^2+x+1 kifejezést.