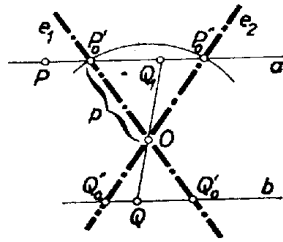


Képzeld a feladatot megoldottnak, és legyen e -nek a P -n, Q -n átmenő, egymással párhuzamos a , b egyenesekkel való metszéspontja P_0 , Q_0 , – vagyis $OP_0 = p$, $OQ_0 = q$, és pedig az előírásnak megfelelően O -tól ugyanazon, vagy ellentétes irányban, – legyen továbbá OQ -nak metszéspontja a -val Q_1 . Ez O -tól Q -val egyező, ill. ellentétes irányban van aszerint, ahogyan P_0 és Q_0 .



Az OQ_1Q_0 és OQ_1P_0 hasonló háromszögekből $OQ_1 : OQ = OP_0 : OQ_0 = p : q$. Itt OQ , p , q ismertek, tehát az $OQ_1 = OQ \cdot p/q$ szakasz negyedik arányosként megszerkeszthető. Ezt OQ -ra az előírt irányban felmérve meghúzzhatjuk $PQ_1 = a$ -t, majd ebből O körül írt p sugarú körrel P_0 -t kimetszve az OP_0 egyenesben megkapjuk e -et.

Valóban, így $OP_0 = p$, és az a -val Q -n át húzott b párhuzamosnak e -vel való Q_0^* metszéspontjára $OP_0 : OQ_0^* = OQ_1 : OQ = p : q$, ezért $OQ_0^* = OP_0 \cdot q/p = p$ (így Q_0^* egybeesik az előbbi Q_0 -val).

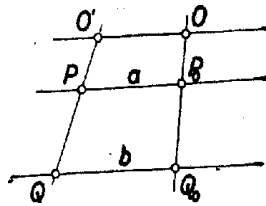
Q_1 egyértelműen megszerkeszthető (O és Q nyilván különböznek, és p és q egyike sem 0, tehát Q_1 különbözik O -tól). Ugyanez áll a -ra is, hacsak nem $Q_1 \equiv P$, ezt tehát ki kell zárunk (ez csak úgy állhatna elő, ha P az OQ egyenesen lenne). Az említett körnek a -val 2, 1, vagy 0 közös pontja lesz, eszerint kapunk 2, 1, 0 megoldást. – Nem fogadható el a megoldás akkor sem, ha e egybeesik a -val (vagy b -vel), mert ekkor metszéspontjuk (közös pontjuk) nem egyértelmű. Ekkor OP_0 ugyanaz az egyenes, mint PQ_1 , vagyis P rajta volna az OQ_1 , másképpen OQ egyenesen (ezért b is egybeesnék e -vel). Azt az esetet tehát, ha O , P , Q egy egyenesen fekszenek, mindenképpen ki kell zárunk.

Juhász István (Budapest, Madách I. g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. Q_1 helyett OP -nek b -vel való P_1 metszéspontját is használhatjuk.

2. a -t (vagy b -t) így is megkaphatjuk:

Messe az a -val O -n át húzott párhuzamos PQ -t O' -ben. Erre is áll, hogy $O'P : O'Q = OP_0 : OQ_0 = p : q$, tehát O' megszerkeszthető (p és q irányítását is figyelembe véve egyértelműen, pl. O -nak ugyanazon oldalára előírt p , q és $p < q$ esetén $O'P : (O'Q - O'P) = p : (q - p)$ alapján $PO' = PQ \cdot p/(q - p)$, PQ -nak P -n túli meghosszabbításán). Most már a -t (ill. b -t) az OO' -vet P -n (Q -n) át húzott párhuzamos adja.



Ez a szerkesztés sem vezet célhoz, ha O rajta van a PQ egyenesen.

Bakó Károly (Budapest, I. István g. II. o. t.)