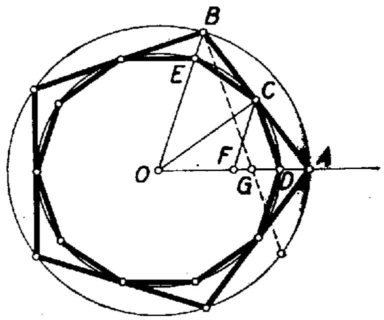
**I. megoldás:** Legyen a $R$ sugarú kör középpontja $O$, a beleírt szabályos ötszög egy oldala $AB$, és ennek felezőpontja $C$; így $AOB\sphericalangle = 360°/5 = 72°$, $AOC\sphericalangle = COB\sphericalangle = 72°/2 = 36°$, és a beírt kör középpontja $O$, sugara $OC = r$.




Vegyük $C$-t a beírt szabályos tízszög egy csúcsának, ekkor a vele szomszédos $D$, $E$ csúcsokat $OA$, $OB$ metszi ki az $r$ sugarú körből, mert így $COD\sphericalangle = COE\sphericalangle = COA\sphericalangle = 360°/10 = 36°$, tehát $CD$, $CE$ valóban oldalai a tízszögnek. Legyen végül $OA$ felezőpontja $F$, tehát $OF = FA$.

$F$ egyszersmind középpontja az $OAC$ derékszögű háromszög körülírt körének, tehát $FC = FO$. Így az $OCF$ háromszög egyenlő szárú, és $F$-nél fekvő külső szögére $DFC\sphericalangle = 2FOC\sphericalangle = 2DOC\sphericalangle = 72°$. Másrészt az $OCD$ háromszögből $ODC\sphericalangle = (180° - 36°)/2 = 72°$, így $FDC\sphericalangle = DFC\sphericalangle$, a $CDF$ háromszög egyenlő szárú, tehát $CD = CF = OF = R/2$, amit bizonyítanunk kellett.

*Jójárt István* (Esztergom, Ferences g. I. o. t.)

**II. megoldás:** Az I. megoldás jelöléseivel $C$, ill. $F$ felezi az $OAB$ háromszög $AB$, ill. $AO$ oldalát, ezért $CF$ párhuzamos $OB$-vel, az $OECF$ négyszög trapéz. Benne – a fentiekhez hasonlóan – $CEO\sphericalangle = EOF\sphericalangle = 72°$, így a trapéz egyenlő szárú, tehát $CE = FO = R/2$.

*Budai Katalin* (Budapest, Berzsenyi D. lg. II. o. t.)

*Megjegyzések.* 1. Lényegében ugyanezeket a tényeket használjuk ki, ha a $CD$-vel $B$-n át húzott párhuzamosnak $OA$-val való metszéspontját $G$-vel jelölve azt mutatjuk meg, hogy az $OBG$ háromszög egyenlő szárú, és így $OB = BG = 2CD$.

*Ruda Győző* (Budapest, Kőrösi Csoma S. g. II. o. t.)

2. Az állítást a szabályos ötszög oldala és a köréje, ill. beléje írható kör sugara, valamint a szabályos tízszög oldala és a köréje írható kör sugara között fennálló (könnyen megállapítható) arányok alapján is bizonyíthatjuk. Ezek az arányok egyszerű kapcsolatban állnak 18° és 36° szinuszával és koszinuszával,

*Krámli András* (Szeged, Radnóti M. g. II. o. t.)