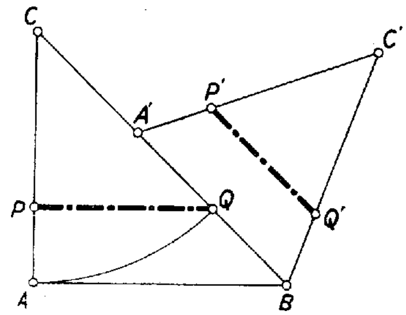
Legyen egy a kívánt tulajdonsággal bíró háromszög ABC, és legyen ennek területét és kerületét egyaránt felező, az AB oldallal párhuzamos PQ egyenesnek a CA, CB oldallal közös pontja P, ill. Q. (A kerület felezése a keletkezett PQC háromszög és $PQBA$ trapéz kerületének egyenlőségéből közös PQ oldaluk elhagyása útján adódik.)



A PQC háromszög hasonló ABC-hez és fele akkora területű. Megfelelő oldalaik arányát λ-val jelölve viszont a két terület aránya λ^2, tehát $\lambda^2 = 1/2$, és $\lambda = 1/\sqrt{2}$. Így az eredeti kerület megfelezéséből: $PC + CQ = PA + AB + BQ$, ill. a szokásos jelölésekkel: $\lambda b + \lambda a = (1-\lambda)b + c + (1-\lambda)a$, tehát a keresett összefüggés:

$$c = (2\lambda - 1)(a+b) = (\sqrt{2} - 1)(a+b). \tag{1}$$

Korenchy Emőke (Bp. VIII., Ságvári E. gyak. lg. II. o. t.)

Megjegyzés. A kapott összefüggés – *egy* egyenlőség a három oldal között – a háromszög alakját nem határozza meg egyértelműen. Kézenfekvő tehát ez a kérdés: van-e olyan háromszög, amely két, vagy mindhárom oldalával párhuzamosan is így osztható részekre?

Követeljük meg (1) mellett még pl. a b oldalra vonatkozó analóg $b = (\sqrt{2} - 1)(a + c)$ egyenlőséget. Előbb a kiküszöbölésével $c = b$, majd evvel (1)-ből $\sqrt{2}b = a$, vagyis mindkét követelésünk csak az egyenlő szárú, derékszögű háromszögben teljesül, a befogókkal párhuzamos szelőkkel.

Ezzel egyrészt találtunk egy az eredeti követelményt teljesítő speciális háromszög alakot (PQ szerkesztése az ábrából nyilvánvaló), másrészt látjuk, hogy egy háromszög mindhárom oldalának nem lehet meg a szóban forgó tulajdonsága.

(1)-ből $a = b$ választással még egy egyenlő szárú és „felezhető" alak adódik, ebben a c alap a száraknak $(2\sqrt{2} - 2)$-szöröse (az ábrán $A'Q = QB$, $A'C' = C'B = AB$ és $C'P' = C'Q' = CP$).