A keresett x szám négyjegyű, ezért

$$(1) \qquad 1000 \leq x \leq 9999.$$

Másrészt az egymáshoz relatív prím 7 és 29 számokkal osztható, ezért $7 \cdot 29 = 203$-nak is többszöröse: $x = 203y$, ahol y természetes szám, így

$$(2) \qquad 1000 \leq 203y \leq 9999, \text{ amiből } 5 \leq y \leq 49.$$

Végül $19x - 3$ osztható 37-tel, tehát

$$19x - 3 = 19 \cdot 203y - 3 = 37z,$$

ahol z természetes szám. Határozzuk meg előbb z-t:

$$z = \frac{3857y - 3}{37} = 104\,y + \frac{9y - 3}{37} = 104y + u,$$

ahol $u = (9y - 3)/37$ természetes szám. Ebből:

$$y = \frac{37u + 3}{9} = 4u + \frac{u + 3}{9} = 4u + v,$$

ahol $v = (u + 3)/9$ természetes szám, végül innen $u = 9v - 3$.

Így $y = 4(9v - 3) + v = 37v - 12, \quad x = 203y = 7511v - 2436$. Ezt (1)be beírva, majd rendezve

$$1000 \leq 7511v - 2436 \leq 9999, \qquad 3436 \leq 7511v = 12435.$$

Ennek csak $v = 1$ tesz eleget, és avval $x = 7511 - 2436 = 5075$. – Valóban, $5075 = 7 \cdot 725 = 29$ és $19 \cdot 5075 = 96\,425 = 37 \cdot 2606 + 3$.

Faludi Irén (Bp. VIII., Ságvári E. gyak. Ig. I1. o. t.)

Megjegyzés: Valamivel hamarabb jutunk célhoz így: $u = (9y-3)/37 = 3(3y-1)/37$ csak úgy egész, ha $3y-1 = 37w$, ennélfogva y-nak (2) szerinti legkisebb és legnagyobb szóba jövő értékével $3 \cdot 5 - 1 = 14 \leq 37w \leq 146 = 3 \cdot 49 - 1$, azaz $1 \leq w \leq 3$. Másrészt $y = 12w + (w+1)/3$ a w-nek ezen értékei közül csak $w = 2$-vel egész: $y = 25$, $x = 203 \cdot 25 = 5075$.

Bornes Klára (Bp. XIV., Teleki Blanka lg. II. o. t.)