I. megoldás: Az írásbeli szorzás szokásos eljárásával (bármelyik tényezőt véve szorzónak) minden részletszorzat az a 26 jeggyel írt szám, amelynek első jegye 1, utolsó jegye 8, és valamennyi közbülső jegye 9. Ugyanis az 1-es helyi értékű 3-as jegynek 6 szorosából, 18-ból minden részletszorzat legalacsonyabb helyi értékű jegyeként 8 adódik, és leíratlanul „marad”, az eggyel magasabb helyi értékű 3-asnak 6-szorosához adandó 1; következő, utolsó előtti jegyként $1+3\cdot 6=19$-ből már 9-est írunk, ismét marad 1, és ez még 23-szor ismétlődik, mert a második, és így valamennyi maradék ugyanannyi mint az első; végül az elölálló (jobbról számított 25-ik) 3-as szorzása után az 1 maradékot is leírjuk a részlet-szorzat első (jobbról számított 26-ik) jegyének.

A részletszorzatokat a szokott lépcsőzéssel egymás alá írva az elsővel 26 jegy-oszlopot kezdünk meg, és a $25-1$ további részlettel az oszlopok száma $26+24=50$-re emelkedik. Az első 25 oszlop mindegyikében egy 1-es jegy áll, ezenfelül (balról jobbra haladva) 0, 1, 2, …, 23, 24 db 9-es, a továbbiakban, a jobbról számított első 25 oszlopban pedig egy-egy 8-as és 0, 1, 2, …, 24 db 9-es.

A szokásos összeadásban a (jobbról) első oszlop „összege” 8 („és marad 0”), a második oszlop alá $0+(9+8)=17$-ből 7-et írunk, „és marad 1”, a harmadik oszlop alá $1+9+(9+8)=27$-ből ismét 7 jön, „és marad 2”. A következő $25-3=22$ oszlopban az összeg lépésről lépésre $9+1=10$-zel nagyobb, mert eggyel több 9-esünk van, és a maradék 1-gyel nagyobb, így az összeg leírt jegye mindig (a tízes helyi értékű oszloptól számítva 24 oszlopban) 7. A 24-ik oszlopból átvitt maradék 23, a 25-ikből 24. – Eszerint a 26-ik oszlop egyrészt abban tér el a 25-iktől, hogy 1-gyel több maradékot vesz át, másrészt abban, hogy az egyetlen 8-as helyett 1-es jegyet tartalmaz, míg a 9-esek számában megegyeznek. Így a 26-ik oszlop összege a 25-ikhez képest $1-(8-1)=-6$ egységnyi változást mutat, a leírt jegy $7-6=1$, és a maradék változatlanul 24. Ezeket tehát 241-ből írtuk le, ill. visszük át. A 27-ik oszlopban az eggyel kevesebb 9-es folytán $241-9=232$ az összeg, ebből 2-t írunk le, és marad 23, vagyis 1-gyel kevesebb az előzőnél. Minden további oszlop az előzőhöz képest összeadandókban és maradékban $9+1=10$-et veszít, ezért a leírt jegy mindig 2, és az utolsó, az 50-ik oszlopból már nem viszünk át maradékot. Ezek szerint a keresett N szorzat, mint a részlet-szorzatok összege, 50 jeggyel íródik: 24 2-es jegy után egy 1-est, majd 24 7-est, végül egy 8-ast tartalmaz:

$$N=\overbrace{222\ldots2}^{24\text{ jegy}}1\overbrace{777\ldots7}^{24\text{ jegy}}8.$$

Gagyi Pálffy András (Bp. VIII., Széchenyi I. g. II. o. t.)

II. megoldás: Osszuk a második tényezőt és szorozzuk az első tényezőt 3-mal, így a kívánt szorzatot a $25-25$ db 9-essel, ill. 2-essel írt számok szorzataként is megkaphatjuk. Az első tényezőt $10^{25}-1$ alakban írva

$$N=\overbrace{222\ldots2}^{25\text{ jegy}}\cdot 10^{25}-\overbrace{222\ldots2}^{25\text{ jegy}},$$

és ebből az írásbeli kivonás szokásos eljárásával a különbség jobbról számított első helyére 8-as, a további 24-re a maradékátvitel folytán 7-es jegy kerül; a 26-ikra, amelyben már nincs jegye a kivonandónak, maradék viszont még van, 1-es, végül a további 24 jegyben a különbség megegyezik a kisebbítendővel.

Simai László (Kisújszállás, Móricz Zs. g. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Kézenfekvő vizsgálni általában a k számú 3-as és a k számú 6-os jeggyel írt számok N_k szorzatát. Ez a II. megoldásban használt átalakítások mintájára így írható

$$N_k=3\cdot\frac{10^k-1}{9}\cdot 6\cdot\frac{10^k-1}{9}=\frac{2}{9}\left(10^k-1\right)^2.$$

Sejtésünk, hogy a szorzat $2k$ jeggyel íródik, első $k-1$ jegye 2-es, a k-adik jegye 1-es, további $k-1$ jegye 7-es és utolsó jegye 8-as, vagyis hogy egyenlő a következő számmal:

$$N_k^*=2\cdot\frac{10^{k-1}-1}{9}\cdot 10^{k+1}+1\cdot 10^k+7\cdot\frac{10^{k-1}-1}{9}\cdot 10+8.$$

Egyszerű átalakítás mutatja, hogy valóban $N_k^*=N_k$.

2. Ez a sejtés a teljes indukció módszerével is igazolható.

Bollobás Béla (Bp. V. Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)

3. Több dolgozat szinte rabszolgai munkával a szokásos eljárással kiszámította a szorzatot, nem használta ki a tényezők jegyeinek megegyező voltát. A feladattal az volt a célunk, hogy megoldóink gondolkodva és kevesebb munkával jussanak célhoz; erre utal a szöveg is: *„állapítsuk meg a jegyeket”*.