A törtek eltávolítása, vagyis mindnégy nevezővel való szorzás révén egyenletünkből az

$$(a+b+c)x^2+2(ab+ac+bc)x+3abc=0 \tag{1}$$

legfeljebb másodfokú egyenlethez jutunk. A szorzás révén gyök nem veszhetett el, így eredeti egyenletünknek más gyöke nem lehet, mint (1)-nek (fordítva azonban lehetséges, hogy (1)-nek valamelyik, esetleg mindkét gyöke – ha van – az adott egyenletnek nem gyöke), ennélfogva elegendő azt megmutatni, hogy (1)-nek minden gyöke valós.

Ez tulajdonképpen csak akkor kérdés, ha (1) valóban másodfokú, vagyis $a+b+c\neq 0$, ugyanis az ellentétes esetben valós együtthatós, legfeljebb elsőfokú egyenlettel állunk szemben, ilyenben nem valós gyökről nem lehet szó. Az $a+$ $+b+c\neq 0$ esetre a diszkriminánst az alábbiak szerint alakítva

$$\begin{aligned}4(ab+ac+bc)^2-12abc(a+b+c)&=4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2-a^2bc-b^2ac-c^2ab)=\\&=2[(a^2b^2-2a^2bc+a^2c^2)+(b^2c^2-2b^2ca+a^2b^2)+(a^2c^2-2c^2ab+b^2c^2)]=\\&=2[a^2(b-c)^2+b^2(c-a)^2+c^2(a-b)^2],\end{aligned}$$

látjuk, hogy mint négyzetek összegének $2>0$-val való szorzata, nem lehet negatív, ennélfogva valóban sem (1)-nek, sem az adott egyenletnek nem lehet nem valós gyöke, másképpen: ha van egyáltalán gyöke, akkor csak valós gyöke lehet.

Horváth Dénes (Kisújszállás, Móricz Zs. g. I. o. t.)