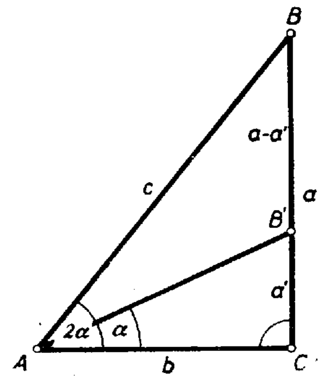
I. megoldás: A feltevésnél fogva van olyan derékszögű háromszög, amelynek egyik hegyes szöge 2α, ill. α.

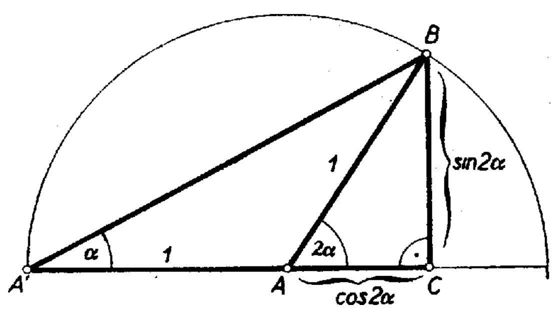


1. ábra

Ilyen az 1. ábrán ABC, ill. $AB'C$, ezekben a 2α, ill. α szög *melletti* AC befogó közös és ettől indulva e szögek forgási értelme egyező, így AB' felezi a CAB szöget, ennélfogva a szögfelező által a szembenfekvő oldalon létesített részek arányára vonatkozó tétel szerint
$$(a-a'):a'=c:b,$$
másképpen
$$\frac{a}{a'}=1+\frac{c}{b}.$$

A bal oldali tört számlálóját és nevezőjét $AC=b$-vel, a jobb oldaliét pedig $AB=c$-vel osztva a hányadosokban a 2α, ill. α tangensét, ill. a 2α koszinuszát a derékszögű háromszögben értelmező arányokra ismerünk rá, és így ezek beírásával éppen a bizonyítandó egyenlőséget kapjuk.

Bárczy Zsolt (Hódmezővásárhely, Bethlen g. II. o. t.)



2. ábra

II. megoldás: A 2. ábrán az ABC, ill. $A'BC$ derékszögű háromszögekben a $BAC\sphericalangle=2BA'C\sphericalangle$ egyenlőséget a megrajzolt körbeli helyzet, az $AA'=AB$ $(=1)$ egyenlőség biztosítja, ezekben a 2α, ill. α-val *szemben fekvő* $BC=\sin 2\alpha$ befogó közös, a másik befogó pedig $AC=\cos 2\alpha$, ill. $A'C=\cos 2\alpha+1$. Ezekkel a bizonyítandó egyenlőség bal oldala számára mind 2α, mind α tangensét kifejezve hányadosukból átalakítással a kívánt jobb oldalt kapjuk:
$$\frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}=\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}:\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha+1}=\frac{\cos 2\alpha+1}{\cos 2\alpha}=1+\frac{1}{\cos 2\alpha},$$
és evvel bizonyításunkat befejeztük.

Hild Erzsébet (Békéscsaba, Lorántffy Zs. lg. II. o. t.)