I. megoldás: Legyen az adott egyenes e, a rajta levő pont P, az adott kör, a középpontja, a sugara és az e-n levő érintési pontja k, O, r, T. Elég avval az esettel foglalkoznunk, ha P nem esik T-be, különben – k-tól függetlenül – minden olyan kör megoldása volna a feladatnak, amely e-t T-ben érinti, és más megoldás nem is lenne. Így P a k-ra nézve külső pont, ezért a keresett k' kör a k-t csak kívülről érintheti, másrészt e-t csak arról a partjáról, amelyen k van.

Képzeljük a feladatot megoldottnak, és legyen k'-nek közepe és sugara O', r' (az ábrákat magatok készítsétek el!).

Ekkor $OO' = r' + r$, ennélfogva, ha k'-t az r-rel nagyobb sugarú k_1 körré fújjuk fel, eközben a középpontokat rögzítetteknek tekintjük, és k és k' érintkezését állandóan fenntartjuk, evvel k-t az O középpontra zsugorítjuk össze, és e-t a vele párhuzamos, tőle a k-val ellentétes oldalon r távolságban levő e_1-be toljuk el. k_1 és e_1-nek P_1 érintkezési pontját P-nek e-n levő vetülete adja meg.

Ezek szerint e_1, P_1, O', végül k' egymásután megszerkeszthetők, ugyanis O' számára egy mértani hely az e-re P-ben felállított m merőleges félegyenes, és egy másik az OP_1-nek f felező merőlegese. Mindig egy megoldás van, mert P és T különbözősége folytán f biztosan metszi m-et.

Bácsy Zsolt (Bp. V., Eötvös J. g. I. o. t.)

Megjegyzés. f felhasználása az alábbiakkal is indokolható. k' a P-ben érint minden olyan kört, amely e-t P-ben érinti, köztük azt a k^*-ot is, amelynek sugara $r^* = r$, és amely e-nek a k-val ellentétes partján van. Így k' és k^* egymást ugyancsak ***kívülről*** érintik, tehát az érintkezések és a sugarak egyenlősége folytán a k, k^* és k'-ből álló alakzat tengelyszimmetrikus az $OO^* = OP_1$ szakasz felező merőlegesére.

Nagy Márton (Szombathely, Nagy Lajos g. II. o. t.)

II. megoldás: Képzeljük a feladatot megoldottnak és legyen a fenti jelöléseken túl k és k' érintkezési pontja S. Eszerint k-nak S-beli t érintője k'-t is érinti. Legyen t és e metszéspontja R (ez biztosan létezik, lehetetlen ugyanis, hogy t párhuzamos legyen e-vel, mert különben S a k kör TU átmérőjének U végpontjába esnék, és O' az e-re T-ben és P-ben állított merőlegesek mindegyikén rajta lenne). Ekkor $RT = RS = RP$, mert az R-ből k és k'-höz húzott érintőszakaszok, tehát R felezőpontja TP-nek.

Most már a szerkesztés lépései: R, t, S, majd OS és m félegyenesek metszéseként O' kitűzése, végül O' körül $O'P$ sugárral k' előállítása.

A TU egyenes k-t két félkörívre és a síkot két félsíkra vágja szét. S azon a félköríven és félsíkon van, mint R – ugyanis a $TOSR$ négyszögből $TOS\sphericalangle = 180^\circ - TRS\sphericalangle < 180^\circ$ –, R viszont ugyanazon a félsíkon van, mint P, ezért az OS félegyenes biztosan metszi m-et. t megrajzolása mellőzhető is, S-et k-ból az R középű RP sugarú körrel is kimetszhetjük.

Bleyer András (Bp. V., Eötvös J. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Hogy S-et a TP átmérőjű kör metszi ki k-ból, azt így is beláthatjuk: legyen a $TOO'P$ trapézban $TOO'\sphericalangle = 2a$, ekkor $OO'P\sphericalangle = 180^\circ - 2a$, másrészt az OST és $O'SP$ háromszögekből $OST\sphericalangle = 90^\circ - \alpha$ és $O'SP\sphericalangle = \alpha$, ennélfogva $TSP\sphericalangle = 180^\circ - (OST\sphericalangle + O'SP\sphericalangle) = 90^\circ$, azaz TP látószöge S-ben 90°.

Timár Peregrin (Bp. V., Eötvös J. g. II. o. t.)

III. megoldás: A fenti jelölésekkel S a k és k' körök belső hasonlósági pontja, eszerint rajta van k-n, továbbá rajta van a körök egy–egy, ellentett irányú sugarának végpontjait összekötő egyenesen. Ilyen sugarak $O'P$ és OU, ennélfogva S-et megadja PU és k metszése.

Komlóssy György (Szolnok, Verseghy F. g. II. o. t.)