I. megoldás: Írjuk az adott A kifejezést n különbség összege helyett egyetlen különbségként:

$$A = n \cdot 10^n - (10^{n-1} + 10^{n-2} + \ldots + 10^2 + 10^1 + 10^0).$$

A kivonandó az az n-jegyű szám, amelynek minden jegye 1. Ez kisebb, mint 10^n, tehát ha levonjuk 10^n-ből, az adódó különbséget hozzá kell adni a kisebbítendőből még megmaradó $(n-1)10^n$-hez, úgy kaphatjuk meg A-t. Le kell tehát vonnunk 10^n-ből, vagyis az egy 1-esből és utána n darab 0-ból álló számból az n darab 1-esből álló számot:

$$\begin{array}{cccccccc}
\overset{n+1}{\smile} & \overset{n}{\smile} & \overset{n-1}{\smile} & \overset{n-2}{\smile} & \ldots & \overset{3}{\smile} & \overset{2}{\smile} & \overset{1}{\smile} \\
10^n & 10^{n-1} & 10^{n-2} & 10^{n-3} & \ldots & 10^2 & 10^1 & 10^0 \\
\hdashline
1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
 & 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 & 1 & 1 \\
\hline
\end{array}$$

(A szaggatott vonal fölött az oszlopok jobbról számított sorszámát és a helyi értéket írtuk ki.)

Mármost – a kivonást a szokott módon végezve – a $10^0 = 1$ helyi értékű oszlopban 9 kell a kivonandó 1-nek a legközelebbi nagyobb, 0-ra végződő számig, a 10-ig való kipótlásához, vagyis különbségünkben és A-ban is az egyesek helyén valóban 9 áll; a 10^1, 10^2, …, 10^{n-1} helyi értékű oszlopok mindegyikébe a közvetlen utána álló oszlopból 1–1 „maradékot" viszünk át, így mindezekben $1+1=2$-t kell 10-re kiegészítenünk, ehhez pedig valóban 8 egység szükséges, ilyen oszlop mind különbségünkben, mind A-ban $n-1$ számú van; végül kivonásunk 10^n helyi értékű oszlopa üres marad, mert az áthozott 1 maradéknak a kisebbítendőbeli 1-re való kipótlásához 0 egység kell, erre a helyre lép A-ban a kivonandóból megmaradt $n-1$ számú 10^n helyi értékű egység. Ezzel bizonyításunkat befejeztük.

Hajna János (Pécs, Széchenyi I. g. II. o. t.)

II. megoldás: Az adott n tagú összeg minden tagja pontosan n-jegyű, mert kisebb 10^n-nél, a legkisebb $n+1$ jegyű számnál, és nagyobb 10^{n-1}-nél, a legkisebb n-jegyűnél. Minthogy $k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1$ esetén

$$10^n - 10^k = (10^{n-k}-1)10^k = \overset{1}{9}\,\overset{2}{9}\ldots\overset{n-k}{9}\,\overset{1}{0}\,\overset{2}{0}\ldots\overset{k}{0},$$

szóban: az egymás utáni tagok 1, 2, …, $n-1$, n számú 9-es jeggyel kezdődnek és ezek után $n-1$, $n-2$, …, 1, 0 számú 0 jegy áll. Eszerint az összeadandókat a szokott módon egymás alá írva a 10^{n-1}, 10^{n-2}, …, 10^1, 10^0 helyi értékű oszlopban alulról fölfelé n, $n-1$, …, 2, 1 számú 9-es áll, a többi helyeken a 0 jegy. Ezen oszlopok jegyeinek összege rendre

$$9n,\ 9(n-1),\ \ldots,\ 36,\ 27,\ 18,\ 9,$$

eszerint az összeadást a szokott módon végezve A-nak 10^0 és 10^1 helyi értékű jegye valóban 9, ill. 8, a 10^1 helyi értékű oszlop 1-es maradékával a 10^2 jegy $1+27=28$-ból ugyancsak 8, az innen adódó 2 maradékkal a 10^3 jegy $2+36=38$-ból ismét 8 és a maradék 3. Eddig minden oszlop átviendő maradéka ugyanannyi, mint a helyi értékben a 10-es alap kitevője. Általában is, feltéve, hogy a 10^{k-1} helyi értékű oszlop maradéka $k-1$, evvel együtt a 10^k oszlop összege

$$9(k+1) + k - 1 = 10k + 8,$$

és ebből 8 az A-nak 10^k értékű jegye és a 10^{k+1} helyi értékű oszlopba maradékként k számú 10-est viszünk át. Ha végül a $k+1$-edik oszlop az első olyan, amelyben már nincsenek 9-esek, akkor $k+1=n$, így a $k=n-1$-es maradékot A-nak a 10^k oszlopbeli 8-as jegye elé írjuk. Evvel bebizonyítottuk a feladat állítását.