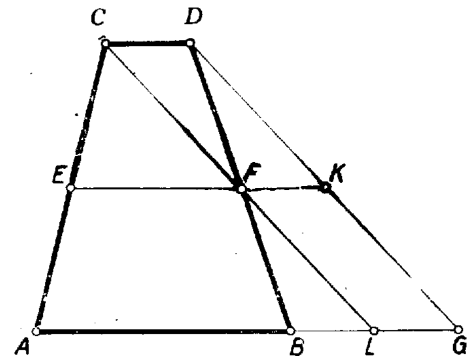
I. megoldás: A feladat nem írja elő az E és F betűk helyzetét a középvonal két végpontján, viszont F-nek az E-étől megkülönböztetett szerepet ad. Emiatt a középvonal mindkét betűzési lehetőségét vizsgálnunk kell.

Vegyük először a „szokásosabb” lehetőséget: AB-vel és CD-vel „egyirányban haladva” jelöljük F-fel a BD szár felezőpontját.



1. ábra

Az 1. ábrán látható további jelölésekkel $DFK\triangle \sim DBG\triangle$, mert szögeik egyállásúak, a hasonlóság aránya $1:2$, mert F felezőpontja BD-nek, így

(1) $$BG = 2FK = EF = k.$$

Hasonlóan a CEF és CAL háromszögek hasonlóságából $AL = 2EF = 2k$.

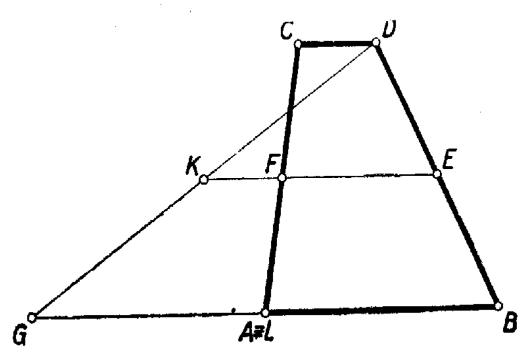
Most már BG-nek egyik része

(2) $$LG = AG - AL = AB + BG - AL = a + k - 2k = a - k,$$

és a $k:a$ arány adott értékével

$$LG = a - k = \frac{3}{2}k - k = \frac{1}{2}k,$$

ez pedig (1)-gyel egybevetve a feladat állítását igazolja.



2. ábra

A másik betűzési lehetőség mellett (2. ábra) az előbbi L metszéspont azonos A-val, azt kell tehát bizonyítanunk, hogy $BG = 2AB = 2a$. Valóban, a fentiekhez hasonlóan látható, hogy a DBG háromszög a DEK háromszögből kétszeresre nyújtással nyerhető, és így $BG = 2KE = 2\cdot\frac{3}{2}k = 3k = 2a$.

Megjegyzés: Az első esetben (1) és (2) megállapításához csak azt használtuk fel, hogy EF-et felével hosszabbítottuk meg. Ha azt kérdezzük, hogy L mikor felezi BG-t, akkor a $BG = 2LG$, azaz $k = 2(a-k)$ követelésből $k = \frac{3}{2}a$, eszerint az adott arány teljesülése kérdésünknek nemcsak elégséges, hanem szükséges feltétele is.

Mezey Ferenc (Bp. II. Rákóczi F. g. II. o. t.)

II. megoldás: Az első betűzési változatban $AB = 3x$ jelöléssel feltételünk folytán $EF = 2x$, ebből egyrészt a kisebb párhuzamos oldal: $CD = x$, másrészt a szerkesztésnél fogva $FK = x$. Így $CD\#FK$, $CDKF$ paralelogramma, $CF \parallel DK$, más jelölésekkel $FL \parallel DG$, azaz FL középvonala a $BDG\triangle$-nek, és így felezi a BG oldalt.

Dömötör Gyula (Szeged, Radnóti M. g. I. o. t.)

III. megoldás: Ugyancsak az első változatban a II. megoldás szerint $CDGL$ is paralelogramma, ezért $LG = CD = x$; másrészt egy-egy oldalukban és minden szögükben való megegyezésük folytán $BLF\triangle \cong DCF\triangle$, és így $BL = CD = LG$, amit bizonyítanunk kellett.

Orbán Zsuzsanna (Makó, József A. g. I o. t.)