Pythagorasi számhármason olyan három a, b, c természetes szám együttesét értjük, amelyre fennáll az $a^2+b^2=c^2$ egyenlőség. Másképpen: amelyre az a, b, c szakaszokkal szerkesztett háromszög derékszögű; ennek alapján szokás a hármas legnagyobb számát átfogószámnak nevezni és a két kisebbet befogószámoknak. (Ennek a fogalomnak, másrészt az oszthatósági kérdésnek megfelelően megoldásunkban „szám"-on mindig egész számot értünk és minden betűvel egész számot jelölünk.)

Célszerű lesz a számokat a 7-tel való oszthatóság szempontjából $7k \pm r$ alakban írni, ahol r értéke 0, 1, 2, 3 lehet. A 4, 5, 6 pozitív maradékok helyett a 7-tel csökkentett, negatív, és abszolút értékben kisebb -3, -2, -1-et írtuk, mert így a továbbiakban a vizsgálandó esetek száma kisebb lesz. Most már minden szám négyzete $49k^2 \pm 14kr + r^2 = 7(7k^2 \pm 2kr) + r^2 = 7m + r^2$ alakú, és itt r^2 értéke $0^2=0$, $1^2=1$, $2^2=4$, vagy $3^2=9$, ill. az utóbbit 7-tel csökkentve a maradék 2

	0	1	2	4
0	0	1	2	4
1	.	2	3*	5*
2	.	.	4	6*
4	.	.	.	1

Ezek alapján táblázatot készítünk az a^2+b^2 összeg számára lehetséges (7-es) maradékokról. A táblázat sorai elé a^2, oszlopai fölé b^2 maradékait írva a sorok és oszlopok közös mezejére vagy ezek összegét írjuk, vagy a 7-tel kisebb számot. (Az összeg kommutativitása folytán a táblázat szimmetrikus lenne a főátlóra, emiatt a főátló alatti „háromszög" kitöltését mellőzhettük.)

Mivel $a^2+b^2=c^2$ maradéka is csak 0, 1, 2, 4 lehet, azért a táblázatban az ezektől különböző három számot – és vele három a^2, b^2 maradék-párt – mint pythagorasi számhármasban lehetetlent *-gal jelöltük meg. Már most a lehetségesnek maradt a^2, b^2 párok vagy az első sorba tartoznak, és ekkor a^2-nek (az egyik befogószám négyzetének) maradéka 0, ennélfogva $c^2-b^2=a^2$ osztható 7-tel, vagy a főátlóba, és ekkor a^2 és b^2 maradéka egyenlő, ennélfogva a^2-b^2 osztható 7-tel. Ezzel bizonyításunkat befejeztük.

Budai Zsuzsanna (Bp. II., Lorántffy Zs. utcai lg. III. o. t.)

Megjegyzés: Számos megoldó a pythagorasi számhármasokat adó képlethármas[1] alapján bizonyította a tételt. A fenti megoldás mutatja, hogy ezek mellőzhetők, itt csak azt használtuk fel, hogy a, b, c egészek és teljesítik a pythagorasi egyenletet.

[1]Lásd pl. *H. Rademacher-O. Toeplitz:* Számokról és alakzatokról, Középisk. Szakköri Füzetek, 2. kiad. Tankönyvkiadó 1954. 84. o.; vagy *Mosoni György:* Pythagoras tétele, Ált. isk. szakköri füzetek. Tankönyvkiadó 1953. 26. o.