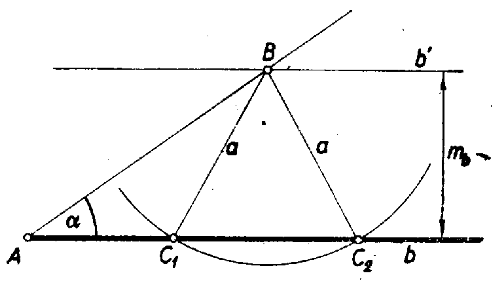
I. megoldás: Jelöljük a keresett háromszöget ABC-vel, az adatokat a, α, m_b-vel és használjuk fel az utóbbiakat az α, m_b, a sorrendben.

A b félegyenesre A végpontjában rámásoljuk α-t. Ennek másik szárát a b-től m_b távolságban fekvő b' párhuzamossal metszve B-t kapjuk, végül C-t a B körüli a sugarú körrel metsszük ki b-ből (1. ábra).



1. ábra

Az adott szögre nyilván fennáll: $0^\circ < \alpha < 180^\circ$. B szerkesztése mindig egyértelmű; C-re és vele a keresett háromszögre a megoldások száma 2, 1, 0 aszerint, hogy a kör hány *belső* pontban metszi a b félegyenest. (Nem tekintjük ugyanis megoldásnak, ha C egybeesik A-val.) E tekintetben egyrészt α-nak hegyes vagy nem hegyes volta lényeges, másrészt a-nak m_b-hez és a létrejövő AB szakaszhoz való nagyságviszonya. (AB az adatokkal is kifejezhető $\frac{m_b}{\sin\alpha}$ alakban.)

Két megoldás van, ha a $\alpha < 90^\circ$ és $m_b < a < AB$.

Egy megoldás adódik a következő esetekben:

$$\begin{array}{llll} \text{ha } \alpha < 90^\circ & \text{és} & a = m_b, \quad \text{vagy} \quad a \geqq AB; \\ \text{ha } \alpha = 90^\circ & \text{és} & a > m_b = AB; \\ \text{ha } \alpha > 90^\circ & \text{és} & a > AB (\text{ekkor persze } AB > m_b) \end{array}$$

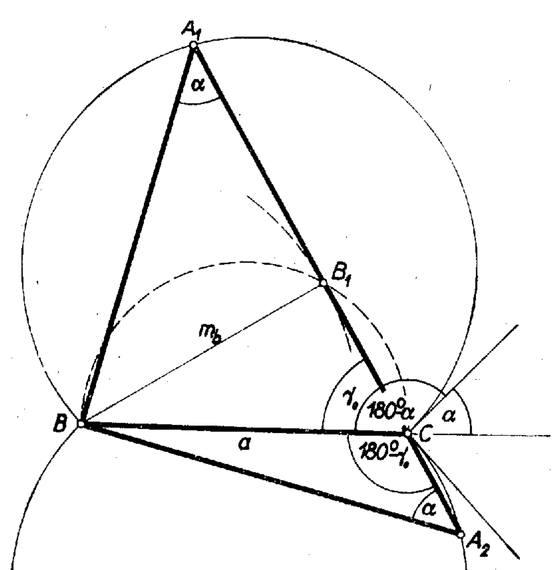
Nincs megoldás,

$$\begin{array}{lll} \multicolumn{3}{l}{\text{ha } \alpha \text{ bármely értéke mellett } a < m_b;} \\ \text{ha } \alpha = 90^\circ & \text{és} & a = m_b; \\ \text{ha } \alpha > 90^\circ & \text{és} & a \leqq AB. \end{array}$$

Tomcsányi Gyula (Bp. I., Toldy F. g. I. o. t.)

II. megoldás: A $BC = a$ oldal mint átmérő fölötti Thales-félkört B-ből m_b sugárral metszve megkapjuk B-nek CA-n levő B_1 vetületét, továbbá a CB_1 egyenesben az A csúcs egy mértani helyét (ha $m_b = a$, akkor ezt a C-ben CB-re szerkesztett merőleges adja). A-nak másik mértani helye az a körívpár, amelynek pontjaiból a BC szakasz látószöge α.

E két mértani helynek C-től különböző közös pontjai felelnek meg A gyanánt (2. ábra).



2. ábra

Ha A ilyen pont, akkor az $ABC\triangle$-ben valóban $BC=a$, $BAC\sphericalangle=\alpha$ és a B-ből húzott magasság $BB_1=m_b$.

B_1 egyértelműen megszerkeszthető, ha $m_b \leqq a$. Legyen $BCB_1\sphericalangle=\gamma_0$. Mivel a látószög-körívpár tagjaihoz C-ben húzott félérintők CB-vel $180^\circ-\alpha$ szöget zárnak be, azért a CB-hez γ_0 szöggel hajló CB_1 félegyenes akkor metszi a BC-nek vele ugyanegy oldalán levő ívet a C-től különböző A_1 pontban, ha $\gamma_0<180^\circ-\alpha$ vagyis

$$\alpha<180^\circ-\gamma_0. \tag{1}$$

CB_1-nek C-n túl való meghosszabbítása pedig akkor metszi a másik ívet a C-től különböző A_2 pontban, ha $180^\circ-\gamma_0<180^\circ-\alpha$, vagyis

$$\alpha<\gamma_0. \tag{2}$$

Minthogy γ_0 legfeljebb derékszög, azért (1) jobb oldala nagyobb (2)-énél és így
$\alpha<\gamma_0$ esetén (1) és (2) alapján két megoldás van;
$\gamma_0 \leqq \alpha<180^\circ-\gamma_0$ esetén (1) alapján egy megoldás van; végül
$\alpha \geqq 180^\circ-\gamma_0$ esetén nincs megoldás.

Mezey Ferenc (Bp. II., Rákóczi F. g. II. o. t.)