Alakítsuk át a jobboldalt a következőképpen (közben mindjárt végezzük el a lehetséges egyszerűsítéseket a törteknél a számlálóban – nevezőben):

$$4+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)=4+\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}+\frac{b^2}{ac}+\frac{ac}{b^2}\right)\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)=$$
$$=4+\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)^2+\frac{b^2}{a^2}+\frac{c^2}{b^2}+\frac{b^2}{c^2}+\frac{a^2}{b^2}.$$

Mivel

$$4=2\cdot\frac{bc}{bc}+2\cdot\frac{ab}{ab},$$

a kifejezés így alakul:

$$\frac{a^2}{b^2}+2\cdot\frac{ab}{ab}+\frac{b^2}{a^2}+\frac{b^2}{c^2}+2\frac{bc}{bc}+\frac{c^2}{b^2}+\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)^2=$$
$$=\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^2+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)^2+\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)^2.$$

Ezzel épp a kívánt azonosságot igazoltuk.

Zsigmond Balassa (Győr, Czuczor g. II. o. t.)