I. megoldás: Tudjuk, hogy egy determináns értéke nem változik meg, ha egyik sorához hozzáadunk egy másik sort vagy ennek többszörösét (lásd pl. Középisk. Mat. Lapok XV. (1957) 3–4. sz. 81. o.). Adjuk a kiszámítandó D determináns negyedik, harmadik, második sorához rendre a felettük levő sor (-1)-szeresét, így az egymás alatti azonos tagok helyére 0 kerül:

$$D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ 0 & b_2-b_1 & c_2-c_1 & d_2-d_1 \\ 0 & 0 & c_3-c_2 & d_3-d_2 \\ 0 & 0 & 0 & d_4-d_3 \end{vmatrix}$$

Ha egy determinánsban a főátlóban álló elemek alatt álló minden elem 0, akkor a determináns értéke a főátlóban álló elemek szorzata (K. M. L. XV. 3–4. sz. 80. o.), így determinánsunk értéke

$$D=a_1(b_2-b_1)(c_3-c_2)(d_4-d_3).$$

Bollobás Béla (Bp. V., Apáczai Csere g. I. o. t.)

II. megoldás: Fejtsük ki a determinánst első sora szerint (l. lapunk előbbiekben is említett számát, 48. o.):

$$D=a_1\begin{vmatrix} b_2 & c_2 & d_2 \\ b_2 & c_3 & d_3 \\ b_2 & c_3 & d_4 \end{vmatrix} -b_1\begin{vmatrix} a_1 & c_2 & d_2 \\ a_1 & c_3 & d_3 \\ a_1 & c_3 & d_4 \end{vmatrix} +c_1\begin{vmatrix} a_1 & b_2 & d_2 \\ a_1 & b_2 & d_3 \\ a_1 & b_2 & d_4 \end{vmatrix} -d_1\begin{vmatrix} a_1 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_2 & c_3 \\ a_1 & b_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

A két utolsó tag értéke 0, mert a bennük szereplő determinánsok két-két oszlopa arányos (l. az említett számban a 80. o.).

Az első tagban szereplő determináns első oszlopából b_2-t, a második determináns első oszlopából a_1-et emelhetünk ki, ekkor a két tag determináns szorzója megegyezik. Ezt és a_1-et kiemelve, és a determinánst első sora szerint ismét kifejtve, majd az első sorok szerint kifejtve:

$$D=a_1(b_2-b_1)\begin{vmatrix} 1 & c_2 & d_2 \\ 1 & c_3 & d_3 \\ 1 & c_3 & d_4 \end{vmatrix} = a_1\,(b_2-b_1)\left(\begin{vmatrix} c_3 & d_3 \\ c_3 & d_4 \end{vmatrix} - c_2\begin{vmatrix} 1 & d_3 \\ 1 & d_4 \end{vmatrix} + d_2\begin{vmatrix} 1 & c_3 \\ 1 & c_3 \end{vmatrix}\right) =$$

$$= a_1(b_2-b_1)\left(\begin{vmatrix} c_3 & d_3 \\ c_3 & d_4 \end{vmatrix} - c_2\begin{vmatrix} 1 & d_3 \\ 1 & d_4 \end{vmatrix}\right),$$

mert a zárójelben levő harmadik tag ismét 0. Így újabb kiemelések és összevonások után:

$$D=a_1(b_2-b_1)(c_3-c_2)\begin{vmatrix} 1 & d_3 \\ 1 & d_4 \end{vmatrix} = a_1(b_2-b_1)(c_3-c_2)(d_4-d_3).$$

Wittmann Endre (Veszprém, Lovassy g. I. o. t.)

Megjegyzés: Az I. megoldás gondolatmenetén láthatjuk, hogy pontosan ugyanígy számíthatjuk ki egy olyan n-edrendű determináns értékét is, amelynek az utolsó sora az előtte levőtől legfeljebb csak az utolsó elemben különbözik, és tovább fölfelé haladva minden sor az előtte levőtől eggyel-eggyel több elemmel térhet el.