Minden egész szám a 3-mal való osztás szempontjából vagy $3k$, vagy $3k+1$, vagy $3k-1$ alakú. A bizonyítandó állítás tehát úgy fogalmazható, hogy a megadott számok vagy oszthatók 3-mal, vagy levonva belőlük 1-et kapunk 3-mal osztható számot.

Ez n^2-re világos, mert $n^2-1=(n-1)(n+1)$ és három egymás utáni egész szám, pl. $n-1$, n és $n+1$ közül az egyik osztható 3-mal, tehát vagy n^2, vagy n^2-1 osztható 3-mal (az utóbbi esetben $n^2 \quad 3k+1$ alakú).

Az $\frac{n\,(n-1)}{2}$ szám egész, mert a számláló valamelyik tényezője páros. Ha $n-1$ vagy n osztható 3-mal, akkor a szám osztható 3-mal. Ha viszont $n+1$ osztható 3-mal, akkor

$$\frac{n(n-1)}{2}-1=\frac{n^2-n-2}{2}=\frac{(n-2)(n+1)}{2}$$

osztható 3-mal. Ezzel a feladat állítását igazoltuk.

Fábián Gábor (Győr, Bencés g. I. o. t.)