**I. megoldás**: Jelöljük az ismeretlen mennyiségeket $x$, $y$, $z$, $t$, $u$, $v$-vel, olyan sorrendben, ahogy az 1. ábra mutatja.

| | | |
|---|---|---|
| $x$ | $a$ | $b$ |
| $y$ | $z$ | $t$ |
| $c$ | $u$ | $v$ |

*1. ábra*

Igyekezzünk egy-egy sor oszlop, illetőleg átló összegének egyenlőségét úgy fölírni, hogy egy ismeretlen mindig közös legyen s ezenkívül csak egy ismeretlen maradjon, amit így kiszámíthatunk. Az első sor és oszlop-összeg egyezéséből:

$$x+a+b=x+y+c,$$

amiből

$$y=a+b-c.$$

A második sort és egyik átlót összehasonlítva:

$$y+z+t=b+z+c,$$

ebből $y$ értékének fölhasználásával:

$$t=2c-a.$$

A harmadik sorból és harmadik oszlopból

$$u=b+t-c=b+c-a.$$

Ugyanígy

$$b+z+c=x+a+b,$$

ebből

$$z-x=a-c.$$

A harmadik oszlop és a bal felső sarokból induló átló összehasonlításából látható, hogy

$$x+z=b+t=b+2c-a$$

(fölhasználtuk a $t$-nek már kiszámított értékét). A két utóbbi egyenlet összeadásával, ill. kivonásával

$$z=\frac{b+c}{2}, \quad x=\frac{b+3c-2a}{2}.$$

A hiányzó $v$-t már akármelyik $v$-t tartalmazó és $v$-t nem tartalmazó sor, oszlop vagy átló összehasonlításából megkaphatjuk:

$$v=\frac{2a+b-c}{2}.$$

Most már felelni tudunk a feladat kérdésére: adott $a$, $b$, $c$ mellett mindig írhatunk a táblázatba a követelményeknek megfelelő számokat. Ezek értékei természetesen a megadott $a$, $b$, $c$-től függenek, értéküket a 2. ábrán levő táblázatba foglaltuk össze.

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{b+3c-2a}{2}$ | $a$ | $b$ |
| $a+b-c$ | $\frac{b+c}{2}$ | $2c-a$ |
| $c$ | $b+c-a$ | $\frac{2a+b-c}{2}$ |

*2. ábra*

Számolással ellenőrizhető, hogy valóban minden sor, oszlop és átló összege ugyanaz a $\frac{3(b+c)}{2}$ érték.

*Bollobás Béla* (Bp. V., Apáczai Csere g. I. o. t.)

**II. megoldás**: Kevesebb számolással is célhoz érünk, ha először az állandó összeget igyekszünk kiszámítani. Ehhez a következőképpen juthatunk el. Az összes sorok összege egyrészt az összes kockákban levő számok összegét adja, másrészt az egy sorban (vagy oszlopban, vagy átlóban) álló számok összegének a háromszorosát. Ha viszont a $z$-t tartalmazó sort, oszlopot és az átlókat összeadjuk, akkor egyrészt $3z$-vel, másrészt az egy sorbeli összeggel többet kaptunk az előbbi összegnél. Eszerint $z$ az állandó összeg harmadrésze, s így a jobb felső sarokból induló átlóban $b+c$ ennek az összegnek kétharmada. A keresett összeg tehát $\frac{3}{2}(b+c)$ és

$$z=\frac{b+c}{2}.$$

Így az első sorból $x$-et, utána az első oszlopból $y$-t, a középső sorból $t$-t, az utolsó oszlopból $v$-t, majd az utolsó sorból $u$-t kiszámíthatjuk úgy, hogy mindegyiket egyenlővé tesszük a kapott állandó összeggel.

*Megjegyzés*: A beérkezett megoldásokból 216 hibás volt. Igen sok megoldó azzal indokolta a megoldhatóságot, hogy (ha a szereplő állandó összeget is ismeretlennek vesszük) a 7 ismeretlen meghatározására a sor-oszlop-átló összegek egyezésével 8 egyenletünk van. Ez nem bizonyítja a megoldhatóságot, mert az egyenletrendszer lehet ellentmondásos is! (Éppen az eggyel több egyenlet hozhatna ilyesmit könnyen létre, de ez még akkor is bekövetkezhetnék, ha nem volna több egyenletünk, mint amennyi az ismeretlen.)