

I. megoldás: A feladat felírásából látható, hogy a bal oldali tagok kitevői csak pozitív egész számok lehetnek, tehát x csak pozitív lehet. Bontsuk tagokra a jobb oldali sorozatot:

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{2x-1} + a^{2x} = 1 + a + a^2 + \dots + a^{14} + a^{15}.$$

Két rendezett polinom csak úgy lehet azonosan egyenlő, ha tagról-tagra megegyeznek, tehát ha

$$a^{2x} = a^{15}$$

(ha ez teljesül, akkor már a többi tagok is egyeznek). Ha $a \neq \pm 1$ vagy 0, a kapott egyenlőségből következik, hogy

$$2x = 15, \quad x = 7,5.$$

$a = 1$ esetén a jobb oldal értéke 16, ezért az egyenlőség csak úgy teljesülhet, ha $2x = 15$, $x = 7,5$, mint előbb. $a = -1$ esetén a jobb oldal 0, ami csak úgy lehet, ha $2x$ tetszőleges páratlan szám, vagyis $x = \frac{2k+1}{2}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), ha végül $a = 0$, akkor mindkét oldalon 1 áll, így $2x$ tetszőleges pozitív egész lehet, azaz $x = \frac{l}{2}$ ($l = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Mocskónyi Miklós (Bp. V, Eötvös g. II. o. t.)

II. megoldás: A baloldalon egy a hányadosú, $2x+1$ tagú mértani sorozat áll. Ha $a \neq 1$, használhatjuk a mértani sorozat összegképletét:

$$\frac{a^{2x+1} - 1}{a - 1} = (1 + a) (1 + a^2) (1 + a^4) (1 + a^8).$$

Szorozzunk végig $(a - 1)$ -gyel és használjuk föl ismételten a két szám összegének és különbségének szorzatára vonatkozó azonosságokat:

$$\begin{aligned} a^{2x+1} - 1 &= (a^2 - 1) (1 + a^2) (1 + a^4) (1 + a^8) = (a^4 - 1) (a^4 + 1) (a^8 + 1) = \\ &= (a^8 - 1) (1 + a^8) = a^{16} - 1. \end{aligned}$$

Ebből

$$a^{2x+1} = a^{16},$$

$a \neq \pm 1, 0$ esetén innen

$$x = 7,5.$$

A kizárt esetek taglalását ugyanúgy végezhetjük el, mint az I. Megoldásban.

Mezey Ferenc (Bp. II, Rákóczi g. II. o. t.)