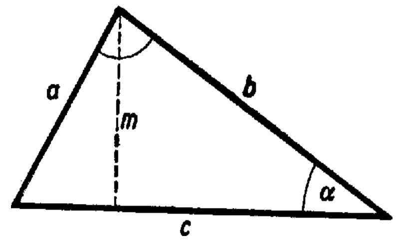
I. megoldás: A derékszögű háromszög (1. ábra) területe: $t=\frac{ab}{2}$. Fejezzük ki a befogókat c-vel és α-val: $a=c\sin\alpha$, $b=c\cos\alpha$, s használjuk fel a $\sin 2\alpha=2\sin\alpha cos\alpha$ összefüggést:

$$t=\frac{c^2\sin\alpha\cos\alpha}{2}=\frac{c^2\sin 2\alpha}{4}$$



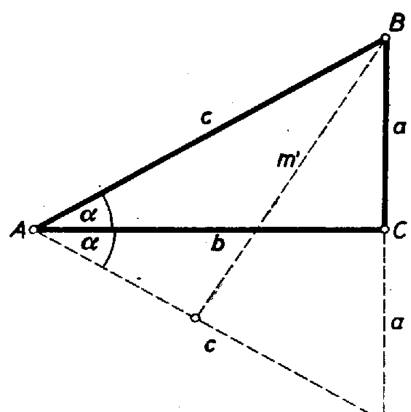
1. ábra

Ezzel a feladat állítását igazoltuk.

– Ugyanígy célhoz jutunk, ha a $t=\frac{cm}{2}$ területképletben az m magasságot b-vel és α-val, a b-t pedig c-vel és α-val fejezzük ki.

Füle Károly (Bp. V., Apáczai Csere g. II. o. t.)

II. megoldás: Tükrözzük a háromszöget a b befogóra (2. ábra).



2. ábra

Így

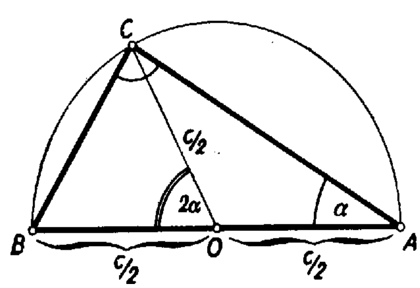
$$t_{ABC\triangle}=\frac{1}{2}t_{ABB'\triangle}=\frac{1}{2}\frac{cm'}{2}=\frac{c^2\sin 2\alpha}{4}$$

mivel $m'=c\,\sin 2\alpha$.

Ezzel ismét igazoltuk a bizonyítandó összefüggést.

Katona Gyula (Bp. VIII., Kandó híradásip. t. II. o. t.)

III. megoldás: Rajzoljuk meg a háromszög köré írt kört. A 3. ábráról leolvasható, hogy a kerületi és középponti szögek közti összefüggés alapján $BOC\sphericalangle=2\alpha$, továbbá a BOC háromszög területe fele az ABC háromszög területének, hiszen C-ből húzott magasságuk egyenlő, alapjuk pedig $\frac{c}{2}$, illetőleg c.



3. ábra

Ezért

$$t_{ABC\triangle}=2t_{BOC\triangle}=2\left(\frac{c}{2}\right)^2\frac{\sin 2\alpha}{2}=\frac{c^2\sin 2\alpha}{4}$$

Bartha László (Balassagyarmat, Balassa g. II. o. t.)