A második tényezőből látható, hogy n csak páros szám lehet. Az egyenlőség baloldalán szereplő szorzat mindkét tényezőjét hozzuk egyszerűbb alakra úgy, hogy az egyes tagokban a nevezőt gyöktelenítjük. A közös nevező az első tényezőben 1, a másik tényezőben 2 lesz. A számlálókban elvégezzük az összevonásokat. Ekkor n-re másodfokú egyenletet kapunk:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2-1}+\sqrt{n^2}}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}+\cdots\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\sqrt{n^2-2}+\sqrt{n^2}}\right)=\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1}+\cdots+\frac{\sqrt{n^2}-\sqrt{n^2-1}}{1}\right)\cdot$$
$$\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{2}}{2}+\cdots+\frac{\sqrt{n^2}-\sqrt{n^2-2}}{2}\right)=$$
$$=\frac{-\sqrt{1}+\sqrt{n^2}}{1}\cdot\frac{\sqrt{n^2}}{2}=(n-1)\frac{n}{2}=\frac{n^2-n}{2}=45.$$

Ebből

$$n_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1+8\cdot 45}}{2},$$

azaz

$$n_1=10 \qquad \text{és} \qquad n_2=-9.$$

A feladat megoldásának csak az $n_1=10$ gyök felel meg, tehát van olyan pozitív szám, amelyre a feladat kikötése teljesül.

Perneczky Gábor (Kaposvár, Táncsics g. I. o. t.)

Megjegyzés: Felmerül a kérdés, vajon a feladatban szereplő 45 kitüntetett szám-e, vagy más A értékhez is található-e alkalmas n, és ha igen, akkor milyen értékekhez.

Ahhoz, hogy a keresett n természetes szám legyen, kell hogy a megoldás során kapott másodfokú egyenlet diszkriminánsa teljes négyzet, mégpedig páratlan szám négyzete legyen, vagyis A-nak a következő egyenletnek kell eleget tennie:

$$1+8A=(2l+1)^2,$$

ebből

$$A=\frac{(2l+1)^2-1}{8}=\frac{4l^2+4l+1-1}{8}=\frac{l(l+1)}{2}.$$

A-ra nyert feltételünk így a következőképpen fogalmazható meg: minden olyan A-hoz, amelynek kétszerese két egymásután következő pozitív szám szorzataként írható fel, található olyan alkalmas n természetes szám, hogy a feladatban szereplő szorzat értéke éppen az adott A szám legyen.

Gyene András (Bp. VIII., Széchenyi g. II. o. t.)