I. megoldás: Ha a gyökök x_1, x_2, akkor felhasználva a másodfokú egyenlet gyökeinek és együtthatóinak összefüggését:

$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(3p-2)^2-2(-7p-1)=$$
$$=9p^2+2p+6=\left(3p+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{53}{9}.$$

A jobb oldal értéke nem-negatív, minimális akkor, ha

$$3p+\frac{1}{3}=0;\quad \text{azaz}\qquad p=-\frac{1}{9}.$$

Mivel ennél a p értéknél az első tag 0, a négyzetösszeg legkisebb értéke

$$\frac{53}{9}=5\frac{8}{9}.$$

Szász Domokos (Bp. V., Eötvös g. II. o. t.)

II. megoldás: Másféleképp is kiszámíthatjuk a gyökök négyzetösszegét. Az egyenlet két gyöke nyilván kielégíti az egyenletet, tehát:

$$x_1^2+(3p-2)x_1-7p-1=0$$

és

$$x_2^2+(3p-2)x_2-7p-1=0.$$

Adjuk össze a két egyenletet és vegyük figyelembe, hogy

$$x_1+x_2=-(3p-2):$$
$$x_1^2+x_2^2=(3p-2)^2+2(7p+1)=$$
$$=9p^2+2p+6=\left(3p+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{53}{9}.$$

A megoldás további menete azonos az I. megoldáséval.

Szatmári Gábor (Bp. VIII., Piarista g. II. o. t.)