**I. megoldás:** Vezessük be a következő új ismeretleneket:

$$u=\sqrt[3]{76+\sqrt{x}},\qquad v=\sqrt[3]{76-\sqrt{x}},$$

azaz

(1) $$u^3=76+\sqrt{x},$$

(2) $$v^3=76-\sqrt{x}.$$

(1) és (2) összege

(3) $$u^3+v^3=152.$$

Az eredeti egyenletből

(4) $$u+v=8.$$

(3)-at elosztva (4)-gyel

$$u^2-uv+v^2=19,$$

(4) négyzete

(5) $$u^2+2uv+v^2=64.$$

(5) és (4) különbsége

$$3uv=45,\qquad \text{vagyis}\qquad uv=15,$$

tehát

$$u^3v^3=(76+\sqrt{x})(76-\sqrt{x})=15^3,$$

vagyis

$$76^2-x=15^3,$$

ahonnan

$$x=76^2-15^3=5776-3375=2401.$$

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy $x$ ezen értéke kielégíti egyenletünket.

*Simonfai László* (Bp. II., Rákóczi g. II. o. t.)

**II. megoldás:** Az egyenlet mindkét oldalát köbre emelve a baloldal kőbe:

$$76+\sqrt{x}+3\left(\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}\right)^2\cdot\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}+3\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}\cdot\left(\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}\right)^2+76-\sqrt{x}=$$
$$=152+3\sqrt[3]{76^2-x}\cdot\left(\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}\right)=152-24\sqrt[3]{76^2-x}.$$

Így a

$$152+24\sqrt[3]{76^2-x}=8^3=512,$$
$$\sqrt[3]{76^2-x}=\frac{512-152}{24}=15.$$

egyenlethez jutunk. Innen köbre emelés után $x$-et kifejezve azt kapjuk, hogy csak

$$x=76^2-15^3=5776-3375=2401$$

lehet az egyenlet megoldása. Könnyű számítás mutatja, hogy ez az érték valóban kielégíti az egyenletet.